CAHIERS DE RECHERCHE / WORKING PAPERS

02-13

L'impact du régime d'accession à la propriété sur la demande de logement.

Frédéric CHARTRAND

et

Mario FORTIN

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté des lettres et sciences humaines

DÉPARTEMENT D'ÉCONOMIQUE

CAHIERS DE RECHERCHE / WORKING PAPERS

02-13

L'impact du régime d'accession à la propriété sur la demande de logement.

Frédéric CHARTRAND

et

Mario FORTIN

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Faculté des lettres et sciences humaines

DÉPARTEMENT D'ÉCONOMIQUE

L'impact du régime d'accession à la propriété sur la demande de logement

Frédéric Chartrand et Mario Fortin[1]

Département d'économique

Université de Sherbrooke

4 décembre 2002

[1]Cette recherche a été rendue possible grace au support financier de la Société canadienne d'hypothèques et de logement dans le cadre du Programme des subventions de recherche. Nous tenons à la remercier ainsi que Ian Melzer et les participants à la session d'économie urbaine et régionale du congrès 2002 de l'Association canadienne d'économique pour leurs commentaire et suggestions.

Résumé

Nous étudions l'effet du Régime d'accession à la propriété (RAP)sur la demande de logement. L'étude est théorique et basée sur un modèle de cycle vital en temps continu dans lequel le ménage retire de la satisfaction de la consommation d'un bien composite et des services du logement. L'analyse procède par étape. Dans un premier temps, nous intégrons le Régimes enrégistré d'épargne retraite (REÉR) dans le modèle de cycle vital. Un résultat intéressant est que, sous l'hypothèse que les revenus du ménage sont imposés à un taux constant pendant toute la vie, le taux pertinent pour l'accumulation de l'épargne devient le taux d'intérêt réel net lorsqu'il y a des cotisations inutilisées au REÉR. Ensuite, nous montrons que les retraits du REÉR permis par le RAP procurent un gain de richesse qui croît en fonction du taux d'imposition et qui demeure même pour les ménages qui doivent emprunter pour cotiser au REÉR et qui ne remboursent pas le RÉER. L'impact du gain de richesse se répartit sur la consommation du bien composite, celle du logement ainsi que sur la richesse terminale dans la même proportion. L'effet sur la demande de logement est donc toujours positif. En plus, le ménage va réduire son endettement initial.

Mots clés : Demande de logement, cycle de vie.

Table des matières

1 INTRODUCTION

L'achat d'un logement constitue un achat très important auquel les propriétaires occupants consacraient en moyenne 19,6% de leur budget en 1997 (Statistique Canada, 2000). Son importance est telle que la demande de logement a pris une place particulière dans la théorie du cycle vital de la consommation (Artle et Varaiya, 1978). Cependant, en raison des diverses contraintes encourues et des multiples éléments du coût de la propriété résidentielle, la décision d'acheter un logement s'est révélée complexe à modéliser. Le ménage doit prendre en compte la richesse sur toute sa vie, sa capacité à assumer les déboursés courants, le prix de la location d'une résidence, le coût implicite des fonds propres investis dans la résidence et les contraintes à l'emprunt. Ces dernières limitent en effet la valeur de l'emprunt hypothécaire en fonction de la mise de fonds et de la capacité de remboursement du ménage.

En raison de l'importance sociale et économique de l'accès au logement, les gouvernements interviennent de diverses manières dans le secteur. La décision d'achat du ménage est donc aussi influencée par les avantages fiscaux qui sont offerts. Comme la littérature théorique s'est surtout développée aux États-Unis, on trouve peu d'articles qui étudient les particularités de la fiscalité canadienne. Les ajustements à faire se situent tout d'abord au niveau de la déductibilité des intérêts hypothécaires ainsi que des taxes foncières du revenu imposable. Aux États-Unis, ces deux dépenses sont déductibles, sauf pour les ménages qui réclament la déduction forfaitaire, alors qu'ils ne le sont pas au Canada. Par contre, le gain en capital réalisé sur la résidence principale n'est jamais imposable au Canada alors qu'il peut l'être aux États-Unis. Ces particularités canadiennes ont été intégrées dans la théorie de la demande de logement dans Fortin (1988). Cependant, d'autres différences existent dont deux retiennent notre attention dans le présent document. Tout d'abord, l'impact du Régime enregistré d'épargne retraite (REÉR) n'a jamais été intégré dans la théorie du cycle de vie. À fortiori, son impact sur la demande de logement n'a pas non plus été étudié. Ensuite, l'effet du Régime d'accession à la propriété (RAP) sur la demande de logement n'a pas non plus été établi.

Le Régime d'accession à la propriété constitue certainement l'élément le plus novateur adopté dans les dix dernières années par le gouvernement canadien afin de modifier les modalités de financement du logement. Le RAP veut rendre le logement plus abordable en facilitant l'accès aux montants que doit réunir un ménage pour couvrir la mise de fonds initiale. Sommairement, le RAP permet de retirer des REÉR jusqu'à concurrence de 20 000$ sans encourir de pénalités si ce retrait est utilisé pour couvrir le versement initial de la résidence. Ce retrait doit être remboursé par une série de versements annuels d'une valeur minimale égale à 1/15 du montant retiré pendant une durée maximale de 15 ans. À défaut d'effectuer le remboursement requis, le ménage doit ajouter à son revenu imposable le montant en défaut.

Cette mesure fiscale est très populaire. Entre son entrée en vigueur, en février 1992, et 1998 le RAP a permis à plus de 777 000 personnes de retirer près de 7,5 milliards de dollars de leur REÉR afin de financer l'achat d'une première résidence (Manouchehri, 1999). Cependant, personne n'a encore développé une argumentation ferme ou une modélisation adéquate des avantages et inconvénients du RAP. Cette question est d'autant plus importante que le comportement des participants au régime est très varié. Ainsi, en dépit de la popularité grandissante du RAP, on remarque qu'une forte proportion des participants ne recotisent pas dans leur REÉR selon les termes du RAP. Le Régime d'accession à la propriété pose donc d'excellentes questions : Le programme peut-il être désavantageux sur le plan financier pour certains ménages ? L'ajout du RAP permet-il une consommation accrue du capital résidentiel ? La possibilité de retirer de façon anticipée en franchise d'impôt des sommes déjà cotisées constitue-t-elle un avantage susceptible d'attirer même les ménages fortunés qui ne sont pas soumis à une contrainte serrée sur leur emprunt ? Quels sont les ménages les plus avantagés par le programme ?

Le but de ce document est d'analyser l'impact du RAP sur la demande de logement. L'analyse est théorique et fait appel au modèle de demande de logement basé sur l'analyse de cycle de vie en temps continu. Ce modèle fut appliqué à la demande de logement par Artle et Varaiya (1978) et a été utilisé maintes fois depuis, entre autres par Wheaton (1985) aux États-Unis et par Fortin (1988) au Canada. Sommairement, l'étude veut vérifier de quelle façon le RAP influence la demande de logement. Le travail est structuré de la façon suivante.

Dans la prochaine section, nous cernons le contexte et la problématique des REÉR et du RAP, pour ensuite voir les facteurs importants qui interviennent dans la décision d'achat d'un logement. À la section 3, nous traitons le gain de richesse découlant de l'utilisation du RAP. Dans la quatrième section nous développons un modèle de cycle vital en temps continu afin de voir l'effet du RAP sur certaines variables du modèle. Nous concluons dans une dernière section.

2 CONTEXTE ET PROBLÉMATIQUE

2.1 Le Régime d'accession à la propriété

L'achat d'une résidence constitue un investissement majeur, surtout pour les jeunes ménages qui ont souvent de la difficulté à obtenir le financement nécessaire pour couvrir la mise de fond initiale. Le RAP est un outil conçu pour réduire cet obstacle à l'achat. De façon générale, le RAP permet à un ménage n'ayant jamais été propriétaire de retirer jusqu'à 20 000$ de son REÉR dans le but d'acheter ou de construire une habitation admissible, sans inclure dans son revenu imposable les retraits qui remplissent les conditions d'admissibilité au RAP.[1] Le remboursement des montants retirés des REÉR peut s'échelonner au maximum sur 15 ans, le remboursement minimal annuel étant égal au montant initialement retiré divisé par 15. Si le remboursement annuel est inférieur à ce minimum, la somme manquante est ajoutée au revenu imposable de l'année où le remboursement aurait dû s'effectuer. Depuis 1999, les conditions d'accès ont été élargies pour inclure également les anciens propriétaires à la condition qu'ils n'aient pas possédé de maison depuis cinq ans.

La popularité de ce programme est très grande. Pour l'année 1998 seulement, "le Régime d'accession à la propriété du gouvernement fédéral a aidé plus de 110 000 personnes à réaliser leur rêve d'accéder à la propriété. Collectivement ces personnes ont retiré plus de 1,1 milliard

[1] Pour les diverses conditions d'admissibilité, le lecteur peut consulter *Régime d'accession à la propriété (RAP) - Participants pour 1998* (1998).

de leurs REÉR pour acheter une maison" (Manouchehri, 1999 p.10), ce qui, comme le montre le tableau 1.1, est semblable à l'utilisation observée les années antérieures.

Tableau 1.1

Participation au RAP[2]

Période couverte	Participants	Retraits en millions de $
Du 26/02/1992 au 1/03/1993	159 000	1 536
Du 2/03/1993 au 1/03/1994	102 000	1 011
Du 2/03/1994 au 31/12/1994	56 000	455
Du 1/01/1995 au 31/12/1995	79 000	718
Du 1/01/1996 au 31/12/1996	119 000	1 136
Du 1/01/1997 au 31/12/1997	132 000	1 306

Le RAP n'est cependant pas sans problème. En effet, en 1995, un tiers des 230 000 contribuables tenus à un remboursement ont omis de le faire. Comme les versements manquants sont traités comme des retraits imposables du REÉR, 76 000 contribuables ont été tenus de payer un impôt sur ces montants (Frenken, 1998). Nous verrons dans un chapitre ultérieur qu'en fait, il est peu coûteux de ne pas effectuer le remboursement. Par ailleurs, comme le montre le tableau 1.2, la distribution provinciale des participants au RAP reproduit à peu de choses près les parts de population des provinces. Cependant, les montants moyens retirés varient grandement d'une province à l'autre. Ainsi, le retrait moyen variait entre $ 6 824 en Nouvelle Écosse et $ 11 511 au Québec. À première vue, la valeur du retrait moyen ne semble pas reliée au revenu par habitant ou à la valeur moyenne des logements.

[2] Source : Frenken (1998), «Régime d'accession à la propriété.», *L'emploi et le revenu en perspective* 10(2), Statistique Canada, p.41.

Tableau 1.2

Répartition provinciale de la participation au RAP en 1998[3]

Province	Nombre de participants	Retrait moyen en $
Terre Neuve	886	7 344
Île du Prince Édouard	236	7 501
Nouvelle Écosse	1 929	7 228
Nouveau Brunswick	1 227	6 824
Québec	33 658	11 511
Ontario	45 550	9 533
Manitoba	2 640	6 983
Saskatchewan	1 975	6 585
Alberta	11 063	7 808
Colombie Britannique	11 669	9 344
T. N. O.	117	10 572
Yukon	113	8 642
Total	111 063	9 376

2.2 Problématique du RAP et des REÉR par rapport à la demande de logement

Avant d'étudier de façon théorique le RAP dans un cadre de cycle vital, il est primordial de situer le contexte des REÉR vis-à-vis la demande de logement. Au Canada, les Régimes de pension agréés (RPA) et les REÉR ont été créés pour rencontrer certains objectifs sociaux et économiques.

> The main social goal is to provide an adequate level of income for people upon retirement (and also to reduce governement expenditure for this purpose). In addition, the RRSP scheme allows individuals to average their income over their

[3]Source : Manouchehri (1999), p.11.

lifetimes. The economic objective is to encourage savings, and thus to increase the supply of funds available for investment (Boadway et Kitchen (1999), p.120).

Comme les REÉR permettent au cotisant de reporter l'impôt sur la cotisation et sur les rendements jusqu'au moment du retrait du régime, les cotisants sont fort nombreux, surtout parmi les plus fortunés. En effet, pour l'année 1992, les contribuables au REÉR ayant un niveau de revenu de 40 000$ et plus, ne représentant pourtant que 26% des contribuables, ont effectué 63,3% des cotisations. Ceux gagnant moins de 25 000$, soit 45,4% des contribuables, n'ont pour leur part contribué qu'à 11,5% des cotisations (Ascah, 1996).

L'achat d'un premier logement se fait habituellement à un âge où les ménages ne disposent pas de beaucoup de fonds propres. La faible richesse financière des jeunes ménages constitue souvent le principal obstacle à l'achat et le RAP se voit comme une façon d'amoindrir cette difficulté. Cependant, comme les ménages à bas revenu cotisent peu à leurs REÉR, cela limite évidemment les sommes qu'ils peuvent retirer des REÉR pour financer l'achat d'un premier logement. Par ailleurs, comme les ménages manifestent le désir de devenir propriétaires assez rapidement dans leur vie, que les revenus des jeunes ménages sont plus bas et qu'ils n'ont pas pu cotiser aussi longtemps que les ménages plus âgés, les sommes que les jeunes ménages peuvent retirer de leur REÉR dans le cadre du RAP sont forcément limitées. Une stratégie que les ménages peuvent utiliser pour contourner cette difficulté consiste à se faire prêter par une institution financière les sommes requises pour cotiser au REÉR et d'effectuer le retrait juste après. Nous étudierons comment cette stratégie s'intègre dans les décisions rationnelles des ménages.

Cependant, une des difficultés que pose l'étude du RAP est que les REÉR n'ont pas été intégrés dans la théorie du cycle vital, et à fortiori, dans celle de la demande de logement. Cette absence de bases théoriques n'empêche pas des spécialistes en finance personnelle d'y aller d'argumentation en faveur ou en défaveur de l'utilisation du RAP et des REÉR lors de l'achat d'une résidence. Avant de développer notre argumentation sur cette question, nous verrons dans la prochaine section les facteurs importants de la décision de devenir propriétaire occupant. Ceci permettra d'identifer quels élément sont modifiés par le REÉR et le RAP.

2.3 Les facteurs importants de la décision d'achat d'un logement

Plusieurs facteurs interviennent dans la décision d'accéder à la propriété. Le premier est bien entendu le coût des services du logement occupé par son propriétaire par rapport au coût de la location résidentielle car si on peut occuper un logement à moindre coût en l'achetant qu'en le louant, cela incite à devenir propriétaire. Or, la propriété résidentielle ne présente pas un avantage de coût avéré par rapport à la location. En effet, comme le montre Fortin (1991), de nombreux éléments influencent le coût relatif des deux modes d'occupation : le taux d'intérêt réel, le taux d'inflation, l'importance de la dette hypothécaire par rapport au financement par les fonds propres et différents paramètres de la fiscalité (déduction pour coût en capital, taux d'imposition des gains en capital et celui des revenus de placement). Nous ne développons pas longuement tous ces arguments ici mais allons plutôt porter notre attention sur les éléments qui sont modifiés par le REÉR et le RAP.

Les fonds propres investis dans le logement comportent un coût implicite égal au rendement net d'impôt que ces fonds auraient procuré s'ils avaient été investis dans le meilleur placement concurrent. Un ménage qui a des droits de cotisation inutilisés au REÉR peut percevoir un rendement sur ses placements dont l'imposition est reportée jusqu'au moment du retrait du régime. Le rendement auquel renonce le ménage est alors plus élevé que celui sacrifié par le ménage qui a utilisé tous ses droits de cotisation car dans ce dernier cas les revenus de placement sont imposés annuellement. Le coût des services du logement occupé par un propriétaire est donc plus élevé lorsqu'un ménage peut cotiser à un REÉR.

Le revenu total et sa répartition temporelle jouent tous deux dans la décision d'achat. En effet, le revenu total, soit la valeur présente du flux de revenu du ménage pendant toute sa vie, doit être suffisant pour rencontrer les obligations financières globales de la propriété résidentielle. La répartition temporelle du revenu intervient pour sa part car le ménage fait face à deux contraintes à l'emprunt lors de l'achat d'un logement. La contrainte de richesse existe parce que les institutions financières ne peuvent accorder un prêt hypothécaire ordinaire dont le montant excède 75% de la valeur du logement ou un prêt assuré en vertu de la Loi nationale de l'habitation dont le montant excède 95% de la valeur du logement. Concrètement, cela signifie qu'un ménage ne peut acquérir un logement dont le prix excède 20 fois les fonds propres dont il dispose. Ainsi, avant même d'acheter son logement, le ménage doit pouvoir épargner à même son revenu courant les fonds propres exigés par les prêteurs hypothécaires. En plus de cette contrainte de richesse l'emprunt est aussi soumis à une contrainte de revenu car la mensualité e versement un prêt à la condition qu'il ne consacre pas plus qu'un certain pourcentage de son revenu courant aux frais du logement. Cette deuxième contrainte a pour effet de limiter le montant maximal du prêt selon une formule qui fait intervenir le taux d'intérêt nominal sur l'hypothèque et la durée du plan d'amortissement choisi. Ainsi, un ménage dont les gains sont concentrés vers la fin de sa vie pourrait acheter son logement plus tardivement qu'un ménage ayant un revenu global identique mais qui est reçu plus rapidement.

Artle et Varaiya (1978) furent les premiers à modéliser dans un modèle de cycle vital la décision d'achat d'un important actif non liquide, en l'occurence un logement résidentiel. Ils montrent que le profil temporel de consommation du ménage subit des distortions lorsque les contraintes à l'emprunt sont serrées car il y a de l'épargne forcée avant l'achat. L'inflation vient exacerber ces effets. Kearl (1979) fut un des premiers à étudier l'impact des distorsions causées par l'inflation sur les paiements hypothécaires. Sans développer un modèle formel, il note néanmoins que l'inflation gonfle, par des taux nominaux d'intérêts plus élevés, les paiements hypothécaires au début de la période de propriété du logement. La hausse graduelle des prix et des revenus nominaux réduit toutefois progressivement par la suite la valeur réelle de ces déboursés. Dans certains cas, l'inflation peut amener le ménage à reporter l'achat d'une résidence, voire même à y renoncer complètement. De plus, bien que la modélisation explicite du problème du consommateur fasse défaut, Kearl conclut qu'une accélération de l'inflation réduit la valeur du logement que le ménage achètera lorsqu'il est contraint sur ses liquidités. Wheaton (1985) développa le premier un modèle formel pour étudier l'effet de l'inflation. Comme il le note, l'inflation cause trois types de distorsions qui peuvent influencer la décision d'être propriétaire. "Inflation raises mortgage payments through higher interest rates, [it] causes such payments to fall rapidly over time in real terms, and it creates a real growth in housing equity, as borrowed debt is leverage against the inflating value of homes" (Wheaton, 1985 p.161).

Deux effets opposés interviennent. Lorsque la contrainte d'emprunt liée aux revenus d'un ménage est serrée, le montant qu'il peut emprunter diminue au fur et à mesure que l'inflation anticipée augmente. Par contre, l'accélération fait aussi diminuer le taux de rendement réel net sur les placements du ménage si celui-ci paie de l'impôt sur les revenus de placement, réduisant le coût d'usage des services du logement.[4] Ainsi, la propriété est fiscalement plus avantageuse au moment où il est plus difficile de faire face aux déboursés mensuels. Fortin (1989) montre à l'aide de simulations que l'impact des distorsions du plan d'amortissement est négligeable lorsque l'inflation est faible mais prend plus d'importance lorsque l'inflation s'accélère. Ainsi, une augmentation du taux d'inflation favorise une augmentation de la demande de logement à bas taux d'inflation mais tend à produire l'effet inverse à taux d'inflation élevé. Notons toutefois que si le rendement des fonds propres n'est pas imposé à chaque année, comme c'est le cas dans un REÉR, l'inflation n'a plus d'impact sur le rendement net des fonds propres. Le seul effet de l'inflation qui demeure est celui de la distorsion du plan d'amortissement. L'inflation ne peut pas alors avoir d'impact positif sur la demande de logement occupé par un contribuable ayant des droits de cotisation inutilisés dans un REÉR.

Avant de procéder à la présentaion du modèle de demande de logement, nous étudions dans la prochaine section l'effet du RAP sur la richesse.

[4] Le raisonnement exposé dans ce paragraphe est basé sur l'hypothèse que les taux d'intérêt réels avant impôts demeurent inchangés lorsque l'inflation varie.

3 L'IMPACT DU RAP SUR LA RICHESSE

3.1 Hypothèses et définition de la richesse

Afin de clairement identifier l'avantage pécuniaire potentiel du RAP, nous ferons fi de toute discussion relative à la présence d'une contrainte de liquidité pour voir comment le changement de répartition initial des actifs et des dettes rendu possible par le RAP procure des gains financiers. La première chose évidente est que puisque le RAP consiste à réduire la dette hypothécaire en retirant du REÉR, on peut modifier à volonté l'avantage financier découlant du retrait en postulant un écart entre le taux d'intérêt sur l'hypothèque et celui sur le REÉR. Afin de faire abstraction de ceci, notre analyse suppose un taux d'intérêt nominal i qui est identique sur l'hypothèque et le REÉR. En pratique, en raison de la marge bancaire, il est probable que la situation où le rendement sur le REÉR est supérieur au taux d'intérêt sur l'hypothèque est peu probable si on ne considère que des placements d'un risque comparable à celui de la dette hypothécaire. L'hypothèse que nous faisons consiste donc à négliger cette marge et donne ainsi un avantage aux placements en REÉR par rapport à la situation réelle.

Par ailleurs, on peut aussi donner ou enlever un avantage au REÉR en supposant un taux d'imposition au moment des cotisations différent de celui qui s'appliquera à la date du retrait. Plus précisément, en supposant un taux plus faible (élevé) au moment du retrait que celui prévalant au moment des cotisations, on crée un avantage (désavantage) relatif au placement en REÉR. Il est très difficile de justifier une hypothèse plutôt que l'autre. On peut par exemple présumer que les retraits seront effectués à un moment où le contribuable ne travaillera plus. Comme le système fiscal est progessif, il serait légitime de croire que les retraits seront moins imposés. Par contre, les prestations de la sécurité de la vieillesse sont assujetties à une disposition de récupération. Si les retraits du REÉR ont pour effet de situer le revenu annuel du ménage à un niveau suffisant pour que cette disposition s'applique, le taux d'imposition effectif des retraits sera nettement supérieur. Afin de faire abstraction de ces situations, nous supposerons un taux d'imposition constant tout au long de la vie.

Enfin, la situation du ménage au moment où il effectue ses cotisations peut varier car il peut ou non avoir besoin d'emprunter pour cotiser. Comme nous négligeons l'effet de la marge bancaire, nous supposerons que le ménage peut emprunter pour cotiser à un taux d'intérêt nominal brut i qui est aussi le taux d'intérêt sur la dette hypothécaire et le taux de rendement sur le REÉR. Nous étudierons les deux situations, soit celle où il emprunte pour cotiser au REÉR et celle où ses cotisations proviennent plutôt de ses actifis liquides. Nous distinguerons aussi la situation où le ménage effectue les remboursements prévus de celle où il ne rembourse pas le REÉR et paie plutôt la pénalité fiscale.

3.2 Impact du RAP sur la richesse

Supposons qu'un ménage dispose initialement d'une richesse telle qu'il n'a pas à emprunter pour cotiser à son REÉR. Sa richesse peut être placée de trois façons, soit dans un actif financier liquide dont la valeur réelle est désignée par a, dans un actif REÉR dont la valeur réelle est notée w ou, finalement, elle peut être investie dans un logement. Le stock de logement est mesuré par h avec un prix unitaire réel P. La valeur réelle du logement possédé est donc Ph duquel on soustrait la valeur réelle de la dette hypothécaire D pour obtenir la valeur nette du logement $\alpha = Ph - D$. Nous faisons l'hypothèse que le revenu du ménage est assujetti à un taux d'imposition marginal constant m. En ayant cotisé w au REÉR, le ménage a donc bénéficié d'une réduction d'impôt de mw de sorte qu'il lui en a coûté seulement $(1-m)w$ d'actif liquide pour obtenir un REÉR valant w. Réciproquement, comme les retraits du REÉR sont imposables, retirer la totalité du REÉR n'augmenterait l'actif liquide que de $(1-m)w$. Ainsi, la richesse initiale réelle nette R du ménage est donnée par l'équation (1).

$$R = a + (Ph - D) + (1 - m)w \tag{1}$$

L'équation (1) définit la richesse du ménage s'il n'utilise pas le RAP. Nous supposons que le RAP permet de prendre en franchise d'impôt un montant $k\theta$ dans le REÉR du participant afin de l'imputer à la valeur nette du logement à la condition de recotiser, sans bénéficier de déduction fiscale, le montant retiré en k versements égaux valant chacun θ. Si on note par R^*la richesse initiale d'un ménage qui retire dans le cadre du RAP, celle-ci est égale à la partie de droite de l'équation (2).

$$R^* = a + (Ph - D + k\theta) + (1 - m)(w - k\theta) \tag{2}$$

On obtient l'effet de richesse du RAP par la différence entre R^*et R. Cependant, cette différence doit prendre en compte l'impact négatif sur le potentiel d'accumulation découlant de l'obligation soit de recotiser au REÉR sans bénéficier des déductions fiscales ou encore de payer l'impôt sur les remboursements en défaut. À cette fin, nous comparons (1) et (2) après que le REÉR ait été entièrement remboursé ou que les pénalités d'impôt aient été toutes payées. Dans notre raisonnement, nous supposons que le taux d'intérêt nominal brut sur l'actif liquide, sur l'actif REÉR et sur la dette est i. Comme indiqué précédemment, on élimine ainsi la possibilité de cREÉR arbitrairement un avantage à une situation en supposant qu'un actif possède un taux de rendement plus élevé. Comme les revenus en intérêt sur les placements hors REÉR sont imposables, le taux de rendement net sur l'actif liquide est de seulement $(1-m)i$. Avec un taux d'inflation π, le taux de rendement réel net $n = (1-m)i-\pi$. Le taux de rendement réel sur le REÉR et sur la dette hypothécaire est pour sa part $r = i - \pi$. Notons que la différence entre le taux d'intérêt net sur le REÉR et celui sur l'actif liquide est $r - n = mi$, donc proportionnelle au produit du taux d'imposition marginal et du taux d'intérêt nominal.

Prenons d'abord la situation où le ménage ne participe pas au programme et calculons la richesse du ménage après k années. L'actif liquide aura fructifié au taux n, permettant d'accumuler une somme réelle $a(1+n)^k$. Pour sa part, la dette hypothécaire aura fructifié au taux r. La valeur nette du logement après k années sera donc seulement de $Ph - (1+r)^k D$. Pour ce qui est de l'actif REÉR, nous aurons $(1 - m)w(1 + r)^k$ après les k années puisque le montant retiré du REÉR est imposé lorsque les fonds y sont retirés. Donc, la richesse sans l'utilisation du RAP sera la somme des trois actifs, soit :

$$R = a(1+n)^k + Ph - D(1+r)^k + (1-m)w(1+r)^k \tag{3}$$

Regardons maintenant la situation où le ménage participe au RAP. Suite au retrait initial $k\theta$, le ménage doit déduire de ses liquidités le montant θ à chaque année dès la fin de la première année. Après k années, le ménage aura accumulé sur ses liquidités une somme de $a(1+n)^k - \theta\left[\frac{(1+n)^k-1}{n}\right]$, soit moins que s'il ne participe pas au RAP en raison de l'annuité requise pour effectuer les remboursements (voir l'annexe 1). En contrepartie, la valeur nette du logement aura augmenté plus rapidement car la dette hypothécaire initiale était plus faible. Ainsi, après k années la valeur nette du logement atteint $Ph - (D - k\theta)(1+r)^k$. Quant à l'actif REÉR, il est lui aussi plus faible que sans le retrait, en raison de la perte de rendement cumulée entre le moment du retrait initial et celui du remboursement. Après k années la valeur accumulée atteint $(1-m)\left[(w-k\theta)(1+r)^k + \theta(\frac{(1+r)^k-1}{r})\right]$. La valeur réelle accumulée après k années d'un ménage participant au RAP est la somme des trois éléments précédents, soit :

$$\begin{aligned} R^* \;&=\; a(1+n)^k - \theta\left[\frac{(1+n)^k-1}{n}\right] + Ph - (D-k\theta)(1+r)^k + \\ &\quad (1-m)(w-k\theta)(1+r)^k + \theta(1-m)\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right] \end{aligned} \tag{4}$$

Pour constater que la participation au RAP procure un gain de richesse, il suffit alors de voir si $R^* - R > 0$, où R^* est la richesse après k années en ayant eu recours au programme. Cette différence est donnée par :

$$\frac{R^*-R}{\theta} = \left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right] - m\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right] + km(1+r)^k - \left[\frac{(1+n)^k-1}{n}\right] \tag{5}$$

Or, par analyse des équations, on constate que la différence est nulle si $m = 0$ et devient positive si $m > 0$ (voir annexe 1). L'explication de ce résultat est fort simple. Lorsque le gouvernement accorde au ménage le droit de retirer du REÉR en franchise d'impôt, c'est comme s'il acceptait de prêter au ménage sans intérêt le crédit d'impôt pour cotisation au REÉR. L'importance du gain augmente donc avec le taux d'imposition du ménage (car le "prêt" fait par le gouvernement est plus grand) et avec le taux d'intérêt nominal (car le "prêt" est proportionnel aux revenus nominaux à un taux d'imposition donné). Du point de vue financier, il vaut mieux recotiser le plus tard possible pour profiter du prêt sans intérêt du gouvernement le plus longtemps possible. Ainsi, tous les ménages ayant un taux d'imposition positif retirent un avantage financier à utiliser le RAP, mais ceux qui en retirent les gains les plus importants sont ceux ayant le taux d'imposition le plus élevé, c'est-à-dire les plus hauts revenus. Le RAP n'est donc pas une mesure favorisant la progressivité du régime fiscal.

L'analyse montre par ailleurs que le ménage retire un gain de richesse même en ne remboursant pas les montants prévus et en payant plutôt l'impôt sur les montants non remboursés. En effet, si les remboursements ne sont pas effectués, nous aurons une accumulation de l'actif liquide après k années de $a(1+n)^k - m\theta\left[\frac{(1+n)^k-1}{n}\right]$ alors que celles de l'actif REÉR et de la valeur nette du logement sont données respectivement par $(1-m)(w-k\theta)(1+r)^k$ et par $Ph-(D-k\theta)(1+r)^k$. Encore une fois, si nous effectuons la différence entre la richesse lorsque le RAP est utilisé et lorsqu'il ne l'est pas, nous obtenons $R^*-R = m\theta k(1+r)^k - m\theta\left[\frac{(n+1)^k-1}{n}\right]$ (voir l'annexe 1), une différence qui est positive si $m > 0$: de nouveau le ménage retire un gain de la participation au RAP si ses revenus sont imposables. Notons que le gain est plus faible que dans le cas précédent car le ménage épargne moins dans son REÉR. En contrepartie, comme il ne paie à chaque année que $m\theta$ au lieu de θ il dispose à chaque année de sommes d'argent supplémentaires qui peuvent être affectées aux biens de consommation. La raison pour laquelle une proportion aussi élevée de ménage ne recotise pas au REÉR est sans doute parce que le choix de recotiser ou de payer l'impôt sur les cotisations omises se résume à une décision d'épargner ou non au taux r.

Nous avons également étudié les situations où le ménage effectue les remboursements dans le cadre du RAP mais qu'il doit emprunter à un taux d'intérêt r les montants requis par ces remboursements. Supposons de surcroît que le ménage ne possède pas de liquidité initialement. Notons que l'accumulation de l'actif REÉR et de la valeur nette du logement se fera de façon identique à ce que nous avons vu dans le premier cas puisque rien n'a changé de ce coté. Le changement se situe au niveau de l'actif liquide puisque après k années ce dernier aura diminué de $-\theta\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right]$. Nous sommes en mesure de voir que la différence de richesse $R^* - R = mk\theta(1+r)^k > 0$. Cette dernière expression est fort simple et correspond à la valeur capitalisée au taux r pendant k années du "prêt" du gouvernement. Dans les cas précédents l'expression était plus complexe car on devait prendre en compte que la cotisation initiale et les remboursements au REÉR s'effectuaient ne prélevant dans l'actif liquide dont le taux de rendement net d'impôt est seulement n plutôt que r.

En raison de sa simplicité et du fait qu'elle s'applique à la situation la moins favorale, cette dernière expression se prète bien à l'évaluation approximate de la valeur présente du gain financier des ménages qui participent et du coût du programme pour les gouvernements. En effet, la valeur présente est simplement $mk\theta$. Comme le retrait maximal est de \$20 000, cette valeur présente atteint \$8 000 pour un ménage dont le taux d'imposition marginal est de 40%. Si on applique ce même taux marginal aux 7,5 milliards de \$ qui ont été retirés dans le cadre du RAP entre 1992 et 1998, le programme a donc procuré une aide financière directe des gouvernements aux ménages acheteurs de logement qui a atteint 3 milliards de \$. À ce coût il faut ajouter éventuellement la perte de recette fiscale associée aux remboursements au REÉR qui se sont effectués en puisant dans des liquidités dont le rendement aurait été imposable.

En résumé, le RAP procure un avantage financier à tous les ménages imposés, peu importe qu'ils doivent ou non emprunter pour cotiser au REÉR avant de retirer les sommes, qu'ils empruntent ou non pour effectuer les remboursement, ou encore qu'ils effectuent on non les remboursements. Ce gain est plus grand pour les ménage les plus imposés et pour ceux qui peuvent cotiser au REÉR et le rembourser sans devoir emprunter. La raison pour laquelle de nombreux participants ne remboursent pas le REÉR selon les modalités prévues est que la décision de rembourser se justifie par le désir d'épargner au taux r. Un ménage qui a emprunté pour cotiser au REÉR à seule fin de pouvoir retirer dans le cadre du RAP n'était pas prêteur initialement. Il emprunte pour profiter de l'avantage fiscal mais décidera probablement de ne pas effectuer le remboursement dans le REÉR et de payer l'impôt sur les remboursements non effectués. Notons finalement que la valeur du gain est croissante avec le taux d'imposition des revenus et le taux d'intérêt nominal. La baisse récente des taux d'intérêt est donc susceptible de rendre moins attrayant le Régime d'accession à la propriété.

4 INFLUENCE DU RAP SUR LA DEMANDE DE LOGEMENT

4.1 Variables et hypothèses du modèle de base sans REÉR

Dans cette section nous intégrons le REÉR et le RAP dans un modèle de cycle vital en temps continu afin de voir les effets possibles de l'ajout du REÉR et du RAP sur la consommation de capital résidentiel. Comme le REÉR n'a jamais été étudié dans un tel modèle, nous développons intialement un modèle de base inspiré de Fortin (1988) dans lequel on ne trouve ni REÉR ni RAP. Nous ajouterons ensuite progressivement les éléments, en premier lieu le REÉR puis le RAP afin de voir comment chacun modifie le choix optimal.

Considérons un ménage qui désire maximiser au temps $t_1$la fonctionnelle $\int_{t_1}^{t_2} e^{-\delta t}U(c(t), h)dt$ plus une certaine fonction de valeur terminale qui dépend de la richesse en t_2. On considère que $t_1$et t_2 sont respectivement les dates d'achat et de vente du logement tandis que δ représente le taux de préférence temporel pur, $c(t)$ désigne le taux de consommation instantanné de l'agrégat hicksien qui sert de numéraire et h représente le flux de services retiré du stock de capital résidentiel utilisé à la date t. Dans le modèle, nous considérerons que $h(t)$ est directement proportionnel au stock de capital résidentiel, de sorte qu'il désigne indifféremment le stock de logement ou le flux de services qu'on en retire. La raison pour laquelle nous négligeons l'indice temporel pour h est que nous supposons que cette variable est choisie optimalement par le ménage mais doit demeurer fixe pendant toute la période où il est propiétaire occupant. Ces deux arguments sont posés séparables et la fonction d'utilité est supposée additivement séparable et stictement concave, ce qui implique que le taux marginal de substitution est décroissant mais également que l'utilité marginale de la consommation est positive et décroissante dans chacun des deux arguments.

Les choix de consommation sont limités par des contraintes concernant les ressources totales et le flux de déboursés. Le ménage reçoit un flux de revenu liquide exogène qui est constant en terme réel au taux y. Ce revenu peut être consommé ou épargné. La valeur accumulée des épargnes liquides est notée $a(t)$ et cet actif est capitalisé au taux n, où n est le taux d'intérêt réel net. Le flux de rendement total net que l'actif liquide procure en t est donc donné par $na(t)$ qui s'ajoute au revenu y pour donner le flux de nouvelles disponibilités d'actif liquide. Suivant l'approche développée par Artle et Varaiya (1978) pour étudier l'effet des contraintes de liquidité sur la demande de logement, nous imposons une contrainte de non-négativité sur $a(t)$.Une telle contrainte a pour but d'empêcher le ménage d'emprunter en mettant en gage ses revenus futurs. Étant donné la faible capacité d'emprunt non-garanti des ménages par rapport à la valeur actuelle des revenus futurs, une telle hypothèse est plus conforme aux capacités d'emprunt réellement ouvertes aux ménages.[5]

En vue d'établir la variation instantanée des liquidités, il faut tenir compte des déboursés d'actifs liquides. Aux dépenses de consommation, que l'on notera $c(t)$, il faut ajouter celles relatives aux services du logement. Nous avons choisi de ne tenir compte que des frais d'amortissement de l'hypothèque, puisque nous considérons la période du plan où le ménage est propriétaire, et négliger les autres dépenses relatives aux logements (les coûts d'entretien, les taxes foncières, etc.) puisque l'inclusion de ces autres dépenses n'affecterait pas qualitativement les résultats de l'analyse. Le symbole $v(t)$ désigne la valeur réelle du flux de déboursés hypothécaires pour chaque unité de capital alors que h indique le nombre d'unités de capital résidentiel achetées par le ménage. Comme nous supposons que l'emprunt hypothécaire est amorti par une annuité de durée s ayant une valeur nominale constante, les déboursés hypothécaires réels décroissent en terme réel en raison de l'inflation. Si chaque unité de capital résidentiel a un prix d'achat P, le coût d'acquisition du logement est Ph. Nous supposerons que la valeur de l'emprunt hypothécaire initial est $D(t_1)$. L'expression régissant le flux de déboursés hypothécaires au temps t est donc donnée par :

$$\begin{aligned} v(t) &= (r+\pi)D(t_1)e^{-\pi(t-t_1)}(1-e^{-(r+\pi)(s-t_1)})^{-1} \qquad (6) \\ v(t) &= v(t_1)e^{-\pi(t-t_1)} \end{aligned}$$

[5] Cette affirmation est facile à saisir. Si on permet que l'emprunt soit limité seulement par les ressources financières de toute la vie, cela équivaut à reconnaître qu'un ménage de 25 ans qui prévoit obtenir un revenu réel annuel de $50 000 pendant 40 ans aurait la possibilité d'emprunter plus de $857 000 à un taux d'intérêt de 5% sans autre garantie que la promesse de rembourser. Clairement, les prêteurs offrent un crédit non-garanti qui est seulement une faible fraction de ce montant.

En soustrayant les déboursés des disponibilités en ressources liquides, nous obtenons une expression concernant le taux de changement de l'actif liquide si $a(t)$ est positif qui est :

$$\overset{\bullet}{a}(t) = na(t) + y - c(t) - v(t)h \tag{7}$$

En plus de l'actif liquide, le ménage a la possibilité d'accumuler sa richesse sous la forme de la valeur nette d'un logement dont il est le propriétaire occupant. Cette valeur nette au temps t, notée $\alpha(t)$, est obtenue en retranchant la valeur de la dette hypothécaire résiduelle $D(t)$ du prix d'actif du logement Ph, soit $\alpha(t) = Ph - D(t)$, ou encore $D(t) = Ph - \alpha(t)$ Si l'on suppose que des intérêts sont retenus sur la valeur de la dette résiduelle au taux r, c'est-à-dire le taux d'intérêt réel brut, alors la relation suivante doit être vérifiée :

$$rD(t) = r(Ph - \alpha(t)) = rPh - r\alpha(t) \tag{8}$$

Le taux de changement de la valeur réelle nette du logement sera simplement donné par la négative du résultat précédent auquel nous ajoutons la valeur du remboursement hypothécaire $v(t)h$. Le taux de changement est donc :

$$\overset{\bullet}{\alpha}(t) = r\alpha(t) + v(t)h - rPh \tag{9}$$

La valeur de cette expression est non-nulle lorsque le ménage est propriétaire occupant. Le taux de rendement implicite de la richesse nette d'un logement est le taux d'intérêt réel brut r, soit le montant économisé sur les frais d'intérêts de la dette hypothécaire lorsque le ménage rembourse un dollar de cette dette. Nous supposons de plus que $\alpha(t)$ est non liquide et indivisible. Le ménage ne peut donc pas vendre ou louer une partie du logement, ce qu'on peut appler une hypothèse d'exclusivité mutuelle des modes d'occupation.

Le ménage fait ainsi face à des contraintes lors de l'accumulation de sa richesse. En tenant compte de ces dernières, le ménage doit prendre une décision quant au nombre d'unités de capital h qu'il désire acheter. Notons qu'en raison de la nature non-liquide et indivisible du logement, le seul moyen pour le ménage d'avoir accès à la valeur nette du logement est de le vendre. La date t_2 correspond au moment de la vente du logement choisi par le ménage. Ce problème de contrôle optimal peut donc se formuler comme suit :

$$\max_{(c(t),h)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\delta t} U(c(t), h)dt + V(a(t_2) + \alpha(t_2), t_2)$$

sujet à

$$\begin{aligned}
\overset{\bullet}{a}(t) &= na(t) + y - c(t) - v(t)h \\
\overset{\bullet}{\alpha}(t) &= r\alpha(t) + v(t)h - rPh \\
a(t_1) &= a(t_1-) - (Ph - D(t_1)) \\
\alpha(t_1) &= Ph - D(t_1) \\
a(t) &\geq 0,\ t_1 \leq t \leq t_2 \\
& \quad a(t_2) \text{ libre} \\
& \quad \alpha(t_2) \text{ libre} \\
& \quad t_2 \text{ libre}
\end{aligned}$$

et où $V(a(t_2)+\alpha(t_2), t_2)$ est la fonction de valeur terminale. La formulation additive $a(t_2)+\alpha(t_2)$ implique qu'au moment de la vente, le ménage est indifférent quant à la composition de sa richesse. Cette hypothèse se comprend aisément puisqu'immédiatement après la vente, toute la richesse est convertie en actif liquide.Quant à l'expression $a(t_1-)$, elle désigne les liquidités immédiatement avant la date d'achat du logement t_1.

À ce problème de contrôle optimal on peut associer la fonction hamiltonienne et les conditions nécessaires suivantes au problème (voir Kamien et Schwartz, 1981). D'abord pour la fonction hamiltonienne nous avons :

$$H = e^{-\delta t}U(c(t), h) + \gamma_a(na(t) + y - c(t) - v(t)h) + \gamma_\alpha(r\alpha(t) + v(t)h - rPh) + \mu a(t)$$

Quant aux conditions nécessaires pour une solution optimale, elles sont données par :

$$U_c e^{-\delta t} = \gamma_a \tag{10}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} U_h e^{-\delta t} dt = \int_{t_1}^{t_2} (\gamma_a[v(t) - n\frac{da(t_1)}{dh}] + \gamma_\alpha[rP - r\frac{d\alpha(t_1)}{dh} - v(t)])dt \tag{11}$$

ou

$$\int_{t_1}^{t_2} U_h e^{-\delta t} dt = \int_{t_1}^{s} (\gamma_a[v(t) - n\frac{da(t_1)}{dh}] + \gamma_\alpha[rP - r\frac{d\alpha(t_1)}{dh} - v(t)])dt + \int_{s}^{t_2} \gamma_a nP dt \tag{12}$$

$$\dot{a}(t) = na(t) + y - c(t) - v(t)h \tag{13}$$

$$\dot{\alpha}(t) = r\alpha(t) + v(t)h - rPh \tag{14}$$

$$\dot{\gamma}_a + n\gamma_a = -\mu \tag{15}$$

$$\dot{\gamma}_\alpha + r\gamma_\alpha = 0 \tag{16}$$

$$\mu a = 0, \;\; \mu \geq 0, \;\; a \geq 0 \tag{17}$$

$$a(t_2)[\gamma_a(t_2) - \partial V/\partial a(t_2-)] = 0, \quad a(t_2) \geq 0, \;\; \gamma_a(t_2) \geq \partial V/\partial a(t_2-) \tag{18}$$

$$\gamma_a(t_2) - \partial V/\partial \alpha(t_2-) = 0 \tag{19}$$

$$[H(t_2) + \partial V/\partial t_2][T - t_2] = 0, \quad H(t_2) \geq \partial V/\partial t_2, \;\; T \geq t_2 \tag{20}$$

Un problème semblable a été résolu dans Fortin (1988) et nous ne reprendrons pas la solution ici. Soulignons seulement que le taux pertinent pour la détermination du sentier de consommation est le taux r tant que l'hypothèque n'est pas complètement amortie mais devient le taux n si l'hypothèque est amortie avant la vente du logement. Nous allons dans la prochaine section ajouter la possibilité d'épargner dans un REÉR et voir quelle solution émerge.

4.2 Modèle avec actif REÉR

Nous supposons maintenant que le ménage peut, en plus des éléments d'actifs vus précédemment, accumuler sa richesse dans un actif REÉR dont la valeur réelle au temps t est notée $w(t)$. En tout temps le retrait de l'actif REÉR est imposé à un taux m alors que les cotisations donnent lieu à une réduction d'impôt égale à une fraction m de la cotisation. Ainsi, l'impact net sur l'actif liquide d'un flux de cotisation dans l'actif REÉR $\rho(t)$ est $(1-m)\rho(t)$. Nous supposons que le taux auquel l'actif REÉR est capitalisé est identique au taux d'intérêt sur la dette hypothécaire, le taux r, de sorte que le flux d'accumulation en t sera de $rw(t)$. L'équation de mouvement de l'actif REÉR sera donc $\dot{w}(t) = rw(t) + \rho(t)$ alors que celle de l'actif liquide est modifiée pour devenir $\dot{a}(t) = na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t)$. Rien ne change pour l'équation de $\dot{\alpha}(t)$.

En ce qui concerne les conditions initiales à l'achat, elles sont les mêmes que le modèle de base en ce qui concerne a et α, mais pour ce qui est de w nous aurons $w(t_1) = w(t_1-)$ étant donné que le montant accumulé dans le REÉR avant la date d'achat est considéré comme donné. Finalement, nous devons aussi modifier la fonction de valeur terminale qui devient $V(a(t_2)+\alpha(t_2)+(1-m)w(t_2), t_2)$ afin de tenir compte de l'imposition de l'actif REÉR lors de sa transformation en liquidités à la date de vente t_2. Nou supposons donc qu'à t_2 le ménage retire la totalité de son REÉR.

Avec ces différences au modèle de base, le problème de contrôle optimal avec actif REÉR se formule comme suit :

Le problème est :

$$\max_{(c(t),h)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\delta t} U(c(t),h)dt + V(a(t_2) + \alpha(t_2) + (1-m)w(t_2), t_2)$$

sous contrainte que :

$$\begin{aligned}
\overset{\bullet}{a}(t) &= na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t) \\
\overset{\bullet}{w}(t) &= rw(t) + \rho(t) \\
\overset{\bullet}{\alpha}(t) &= r\alpha(t) + v(t)h - rPh \\
a(t_1) &= a(t_1-) - (Ph - D(t_1)) \\
w(t_1) &= w(t_1-) \\
\alpha(t_1) &= Ph - D(t_1) \\
a(t) &\geq 0 \\
& \quad a(t_2),\ w(t_2),\ \alpha(t_2) \text{ and } t_2 \text{ free}
\end{aligned}$$

avec $v(t) = (r+\pi)D(t_1)e^{-\pi(t-t_1)}(1-e^{-(r+\pi)(s-t_1)})^{-1}$ où $D(t_1)$ représente la dette hypothécaire.

La fonction hamiltoniennne est : $H = e^{-\delta t}U(c(t),h) + \gamma_a(na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1 - m)\rho(t)) + \gamma_\alpha(r\alpha(t) + v(t)h - rPh) + \gamma_w(rw(t) + \rho(t)) + \mu a$

et les conditions nécessaires sont :

$$U_c e^{-\delta t} = \gamma_a \tag{21}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} U_h e^{-\delta t} dt = \int_{t_1}^{t_2} (\gamma_a[v(t) - n\frac{da(t_1)}{dh}] + \gamma_\alpha[rP - r\frac{d\alpha(t_1)}{dh} - v(t)])dt \tag{22}$$

ou

$$\int_{t_1}^{t_2} U_h e^{-\delta t} dt = \int_{t_1}^{s} (\gamma_a[v(t) - n\frac{da(t_1)}{dh}] + \gamma_\alpha[rP - r\frac{d\alpha(t_1)}{dh} - v(t)])dt + \int_{s}^{t_2} \gamma_a nP dt \tag{23}$$

$$\dot{a}(t) = na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t) \tag{24}$$

$$\dot{\alpha}(t) = r\alpha(t) + v(t)h - rPh \tag{25}$$

$$\dot{w}(t) = rw(t) + \rho(t) \tag{26}$$

$$\dot{\gamma}_a + n\gamma_a = -\mu \tag{27}$$

$$\dot{\gamma}_\alpha + r\gamma_\alpha = 0 \tag{28}$$

$$\dot{\gamma}_w + r\gamma_w = 0 \tag{29}$$

$$\mu a = 0, \quad \mu \geq 0, \quad a \geq 0 \tag{30}$$

$$a(t_2)[\gamma_a(t_2) - \frac{\partial V}{\partial a(t_2-)}] = 0, \quad a(t_2) \geq 0, \quad \gamma_a(t_2) \geq \frac{\partial V}{\partial a(t_2-)} \tag{31}$$

$$\gamma_\alpha(t_2) - \frac{\partial V}{\partial \alpha(t_2-)} = 0 \tag{32}$$

$$\gamma_w(t_2) - \frac{\partial V}{\partial w(t_2-)} = 0 \tag{33}$$

$$H(t_2) + \frac{\partial V}{\partial t_2} = 0 \tag{34}$$

La condition 21 indique l'évolution de l'utilité marginale de la consommation de $c(t)$ dans le temps. Les conditions 22 et 23 ont des interprétations identiques mais diffèrent selon que la date de vente survienne avant ou après que l'hypothèque soit échue. Elles indiquent que la consommation des services du logement doit satisfaire une relation d'égalité entre la valeur présente du flux de service marginal et celle du coût réel net de ces services. Les équations 24, 25 et 26 nous donnent respectivement le taux de changement de a, α et w tandis que l'évolution des prix implicites de ces mêmes actifs est donnée respectivement par les équations 27, 28 et 29. Nous avons donc que les prix implicites de la valeur nette du logement et de l'actif REÉR diminuent au taux r. Par contre, μ apparaît dans la détermination du prix implicite de l'actif liquide en raison de la contrainte de non-négativité sur la détention d'actif liquide indiquée par l'équation 30. Ainsi, le prix implicite de l'actif liquide doit diminuer au taux n

si $a > 0$ mais pourra suivre une trajectoire différente si $a = 0$.Les équations 31, 32, et 33 indiquent pour leur part les conditions de transversalité à satisfaire pour que la valeur des trois actifs soit optimale au moment de la vente du logement. Finalement, la condition 34, donnée par $H(t_2) + \partial V/\partial t_2 = 0$, permet d'établir la date optimale de vente du logement.

Ce modèle permet de montrer que si un ménage a des droits de cotisation inutilisés il ne détiendra pas d'actif liquide. Pour ce faire, procédons par contradiction en supposant que $a(t) > 0$ et montrons que ceci est incompatible avec une solution optimale. En effet, $a(t) > 0$ implique par l'équation 30 que $\mu = 0$ et par conséquent, par l'équation 27, que $\dot{\gamma}_a + n\gamma_a = 0$. Par ailleurs, nous savons par les équations 28 et 29 que $\dot{\gamma}_\alpha + r\gamma_\alpha = 0$ et $\dot{\gamma}_w + r\gamma_w = 0$ de sorte que $\gamma_a(t)$ et $\gamma_w(t)$ seront respectivement donnés par $\gamma_a(t) = \gamma_a(t_1)e^{-n(t-t_1)}$ et $\gamma_w(t) = \gamma_w(t_1)e^{-r(t-t_1)}$ de t_1 à t_2. Ainsi, le prix implicite de a diminue au taux n tandis que ceux de α et w décroissent au taux r. Il reste à déterminer le niveau absolu de ces prix, ce qui est déterminé par les conditons de transversalité. Or, si la contrainte de non-négativité sur $a(t)$ est lâche, par l'équation 31 on sait que $\gamma_a(t_2) = \frac{\partial V}{\partial a(t_2-)}$ tandis que par les équations 32 et 33 nous aurons que $\gamma_\alpha(t_2) = \frac{\partial V}{\partial \alpha(t_2-)}$ et $\gamma_w(t_2) = \frac{\partial V}{\partial w(t_2-)}$. Par ailleurs, comme $a(t_2) = a(t_2-) + \alpha(t_2-) + (1-m)w(t_2-)$,cela implique que $\frac{\partial a(t_2)}{\partial a(t_2-)} = 1$, $\frac{\partial a(t_2)}{\partial \alpha(t_2-)} = 1$ et que $\frac{\partial a(t_2)}{\partial w(t_2-)} = (1-m)$. La règle de dérivation en chaîne nous permet alors d'écrire :

$$\frac{\partial V}{\partial a(t_2-)} = \frac{\partial V}{\partial a(t_2)}\frac{\partial a(t_2)}{\partial a(t_2-)} = \frac{\partial V}{\partial a(t_2)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha(t_2-)} = \frac{\partial V}{\partial a(t_2)}\frac{\partial a(t_2)}{\partial \alpha(t_2-)} = \frac{\partial V}{\partial a(t_2)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial w(t_2-)} = \frac{\partial V}{\partial a(t_2)}\frac{\partial a(t_2)}{\partial w(t_2-)} = (1-m)\frac{\partial V}{\partial a(t_2)}$$

On trouve donc les relations suivantes entre les prix implicites à la date t_2 :

$$\gamma_a(t_2) = \gamma_\alpha(t_2) = \frac{1}{(1-m)}\gamma_w(t_2)$$

Juste au moment de vendre, ajouter un dollar à la valeur nette du logement a le même impact sur la valeur du plan qu'augmenter les liquidités du même montant. Par contre, la valeur de l'actif REÉR est moindre car les retraits de cet actif pour le transformer en liqudités sont imposés au taux m.

Qu'en est-il maintenant du prix implicite des actifs avant la vente ? Sur l'intervalle $[t_1, t_2]$ les prix des actifs sont donnés par :

$$\gamma_a(t) = \gamma_a(t_2)e^{n(t_2-t)} \tag{35}$$

$$\gamma_\alpha(t) = \gamma_\alpha(t_2)e^{r(t_2-t)} \tag{36}$$

$$\gamma_w(t) = \gamma_w(t_2)e^{r(t_2-t)} \tag{37}$$

Comme γ_α et γ_w diminuent tous deux au même taux r et que $\gamma_\alpha(t_2) = \frac{1}{(1-m)}\gamma_w(t_2)$ on conclut immédiatement que $\gamma_\alpha(t) = \frac{1}{(1-m)}\gamma_w(t)$ pour $t \in [t_1, t_2]$. Le prix implicite de l'actif REÉR est toujours dans une proportion $(1-m)$ de celui de la valeur nette du logement en raison du traitement fiscal des cotisations et retraits du REÉR. Quant au prix de l'actif liquide, sachant que $\gamma_a(t_2) = \gamma_\alpha(t_2)$ on a par 36 que $\gamma_\alpha(t_2) = \gamma_\alpha(t)e^{-r(t_2-t)}$.En substituant dans 35 on trouve $\gamma_a(t) = \gamma_\alpha(t)e^{(n-r)(t_2-t)}$. Ainsi, tant que $n < r$, donc que $m > 0$, $\gamma_a(t) < \gamma_\alpha(t), t \in [t_1, t_2[$. Les sentiers des prix implicites sont montrés à la figure 1. Or, si $\gamma_a(t) < \gamma_\alpha(t)$ la valeur du plan augmente en diminuant $a(t)$ pour accroître $\alpha(t)$. Comme ceci est possible si $a(t) > 0$ on aboutit à une contradiction : l'hypothèse que la contrainte de non-négativité sur les liquidités est lâche n'est pas compatible avec un plan optimal si des droits de cotisation sont inutilisés. Par conséquent, il faut que $a(t) = 0$ si le ménage a des droits de cotisation inutilisés.Ainsi, et c'est là un résultat pertinent pour la suite de l'analyse du RAP, le ménage aura toujours $\dot{a}(t) = a(t) = 0$ s'il a des droits de cotisation inutilisés à son REÉR. Dans la situation où l'épargne est possible, elle se fera donc dans l'actif REÉR et la cotisation $\rho(t)$ sera donnée par la résolution de l'équation 24 lorsque $\dot{a}(t) = a(t) = 0$. Nous aurons ainsi une cotisation donnée par l'équation $0 = y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t)$, qui est équivalent à dire que les cotisations au REÉR seront de $\rho(t) = \frac{y-c(t)-v(t)h}{(1-m)}$.

Regardons maintenant ce qu'il advient des sentiers des prix implicites lorsqu'il y a place à l'épargne et que $\dot{a}(t) = a(t) = 0$. Par 31 on sait que $\gamma_a(t_2) \geq \frac{\partial V}{\partial a(t_2-)}$.En combinant avec les autres conditions de transversalité, on obtient $\gamma_a(t_2) \geq \gamma_\alpha(t_2) = \frac{1}{(1-m)}\gamma_w(t_2)$. Mais s'il y a de l'épargne, celle-ci doit se faire dans l'actif REÉR, ce qui implique que $w(t_2-)$ est positif. Mais si $w(t_2-) > 0$ on ne peut pas avoir $\gamma_a(t_2) > \frac{1}{(1-m)}\gamma_w(t_2)$ car si l'actif liquide a une valeur, corrigée pour la taxation, implicitement plus grande que celle de l'actif REÉR, il est alors souhaitable de diminuer un peu l'actif REÉR pour ajouter un peu d'actif liquide. On ne peut donc pas avoir l'inégalité stricte et les prix des actifs à t_2 respectent la double égalité $\gamma_a(t_2) = \gamma_\alpha(t_2) = \frac{1}{(1-m)}\gamma_w(t_2)$.

Quant à la valeur des actifs avant la vente, le sentier du prix implicite de l'actif REÉR évalue en parallèle à $\gamma_\alpha(t)$ car les deux prix diminuent au taux r. Dans le cas du sentier du prix implicite de l'actif liquide, nous pouvons affirmer, par ce qui a été montré précédemment, que μ s'ajustera afin d'avoir un sentier identique à celui du prix implicite de la valeur nette du logement. Autrement, il serait possible d'améliorer le plan en réallouant les actifs pour augmenter la détention d'actif liquide et le plan ne serait plus optimal.

La figure 2 montre la situation lorsque $\mu > 0$ et qu'il y a place à l'épargne dans le modèle.On peut voir que la relation $\mu > 0$ fait en sorte que le sentier du prix implicite de l'actif liquide s'ajuste à celui de la valeur nette du logement. Évidemment, comme $U_c e^{-\delta t} = \gamma_a$, cela implique que le sentier de consommation sera modifié de façon a assurer une décroissance du prix implicite de l'actif liquide au taux r. Le cas où les liquidités sont serrées et qu'il n'y a pas d'épargne de la part du ménage ne nous intéresse que superficiellement pour l'instant puisque nous aurons également $\dot{a}(t) = a(t) = 0$.

En somme, en présence de REÉR, le taux pertinent pour l'accumulation de l'épargne du ménage et pour le choix du sentier de consommation n'est plus n comme dans le cas où l'actif REÉR n'est pas intégré au modèle, mais devient plutôt r, le taux d'intérêt réel brut. Notons que ceci permet de simplifier quelque peu le modèle Ainsi, dans le modèle sans REÉR, il était important de distinguer le cas où $s < t_2$ de celui où $s \geq t_2$ car le taux pertinennt pour l'accumulation était r jusqu'à ce que l'hypothèque soit amortie et n par la suite. Or, il n'y a plus lieu de faire une telle distinction dans le modèle avec REÉR car le taux pertinent est r même après que l'hypothèque ait été complètement remboursée puisque le ménage peut épargner dans le REÉR. Dans la prochaine section, nous simplifierons donc la présentation du modèle en supposant que $s = t_2$,ce qui permettra d'alléger la présentation sans perte de généralité. Notons que ceci aura pour conséquence que $\alpha(t_2) = Ph$.

4.3 Modèle avec actif REÉR et RAP

4.3.1 Description du modèle avec actif REÉR et RAP

Il est pertinent de rappeler brièvement la mécanique du RAP pour établir la différence entre le présent modèle et celui avec REÉR seulement. Le RAP permet de retirer en franchise d'impôt un montant des REÉR du participant afin de l'imputer à la valeur nette du logement, en autant que celui-ci effectue les remboursements par annuité dans le cadre du RAP. Pour fins de simplification, nous supposerons que la période de remboursement du RAP coïncide avec celle d'amortissement de l'hypothèque s qui, elle-même, correspond à la date de vente du logement. Nous ne permettrons pas non plus à l'individu de choisir de ne pas effectuer ses remboursements et de payer plutôt l'impôt sur les paiements en défaut.[6] Enfin, nous restreindrons notre analyse où cas où des droits de cotisation inutilisés subsistent.

Avec ces hypothèses, les différences entre ce modèle et celui traité dans la section précédente sont les suivantes. Tout d'abord, si le RAP permet de retirer un montant des REÉR du participant sans pénalité, cela va modifier la condition initiale de l'actif REÉR qui deviendra $w(t_1) = w(t_1-) - s\theta$, où $s\theta$ est le montant retiré dans le cadre du RAP et θ est le remboursement périodique. Comme ce montant réduit ce qui doit être prélevé de l'actif liquide pour effectuer le versement initial lors de l'achat du logement, la condition ini-

[6] Bien qu'intéressante, cette possibilité complexifie le modèle et nous n'avons pas été en mesure d'en étudier les implications.

tiale de l'actif liquide devient $a(t_1) = a(t_1-) - (Ph - D(t_1) - s\theta)$.[7] Les deux dernières modifications sont causées par les remboursements au REÉR. Ainsi l'équation sur $\overset{\bullet}{a}(t)$ devient $\overset{\bullet}{a}(t) = na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t) - \theta$ tandis que celle sur $\overset{\bullet}{w}(t)$ sera $\overset{\bullet}{w}(t) = rw(t) + \rho(t) + \theta$. Tout le reste du modèle est similaire à celui avec actif REÉR vu à la section précédente, y compris les hypothèses qui y ont été formulées. Il n'est donc pas nécessaire de les répéter. Le modèle sous forme globale donne donc :

$$\max_{(c(t),h)} \int_{t_1}^{t_2} e^{-\delta t} U(c(t),h)dt + V(a(t_2) + \alpha(t_2) + (1-m)w(t_2), t_2)$$

sujet à

$$\begin{aligned}
\overset{\bullet}{a}(t) &= na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t) - \theta \\
\overset{\bullet}{w}(t) &= rw(t) + \rho(t) + \theta \\
\overset{\bullet}{\alpha}(t) &= r\alpha(t) + v(t)h - rPh \\
a(t_1) &= a(t_1-) - (Ph - D(t_1) - s\theta) \\
w(t_1) &= w(t_1-) - s\theta \\
\alpha(t_1) &= Ph - D(t_1) \\
a(t) &\geq 0 \\
& \quad a(t_2),\ w(t_2),\ \alpha(t_2) \text{ et } t_2 \text{ libres}
\end{aligned}$$

[7] Notons que $D(t_1)$ n'est pas nécessairement identique à celui du problème précédent.

La fonction hamiltonienne associée à ce problème ainsi que les conditions nécessaires sont quelque peu modifiées et deviennent :

$H = e^{-\delta t}U(c(t), h) + \gamma_a(na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t) - \theta) +$
$\gamma_\alpha(r\alpha(t) + v(t)h - rPh) + \gamma_w(rw(t) + \rho(t) + R) + \mu a$

$$U_c e^{-\delta t} = \gamma_a \tag{38}$$

$$\int_{t_1}^{t_2} U_h e^{-\delta t} dt = \int_{t_1}^{t_2} (\gamma_a[v(t) - n\frac{da(t_1)}{dh}] + \gamma_\alpha[rP - r\frac{d\alpha(t_1)}{dh} - v(t)])dt \tag{39}$$

$$\overset{\bullet}{a}(t) = na(t) + y - c(t) - v(t)h - (1-m)\rho(t) - \theta(t) \tag{40}$$

$$\overset{\bullet}{\alpha}(t) = r\alpha(t) + v(t)h - rPh \tag{41}$$

$$\overset{\bullet}{w}(t) = rw(t) + \rho(t) + \theta(t) \tag{42}$$

$$\overset{\bullet}{\gamma}_a + n\gamma_a = -\mu \tag{43}$$

$$\overset{\bullet}{\gamma}_\alpha + r\gamma_\alpha = 0 \tag{44}$$

$$\overset{\bullet}{\gamma}_w + r\gamma_w = 0 \tag{45}$$

$$\mu a = 0, \quad \mu \geq 0, \quad a \geq 0 \tag{46}$$

$$a(t_2)[\gamma_a(t_2) - \frac{\partial V}{\partial a(t_2-)}] = 0, \quad a(t_2) \geq 0, \quad \gamma_a(t_2) \geq \frac{\partial V}{\partial a(t_2-)} \tag{47}$$

$$\gamma_\alpha(t_2) - \frac{\partial V}{\partial \alpha(t_2-)} = 0 \tag{48}$$

$$\gamma_w(t_2) - \frac{\partial V}{\partial w(t_2-)} = 0 \tag{49}$$

$$H(t_2) + \frac{\partial V}{\partial t_2} = 0 \tag{50}$$

4.3.2 Solution du modèle

Les modifications ne changent pas certaines propriétés du modèle. Ainsi, bien que nous ne reprenions pas la démonstration ici, il est clair qu'il est encore optimal de cotiser au

REEÉR lorsque l'épargne est possible, de sorte que le taux d'intérêt pertinent pour le rythme d'évolution de la consommation est r plutôt que n. De même, nous aurons assurément la relation $\overset{\bullet}{a}(t) = a(t) = 0$. L'effet sur la demande de capital résidentiel s'étudie en analysant l'effet d'un changement dans le montant du RAP sur le choix optimal de h. En fait, ceci revient à étudier le gain de richesse découlant du RAP. Nous allons montrer comment se répartit ce gain de richesse selon deux situations, soit lorsqu'il y a épargne et lorsqu'il n'y en a pas.

Comme $\overset{\bullet}{a}(t) = a(t) = 0$, nous avons par (40) que $y = c(t) + v(t)h + (1-m)\rho(t) + \theta(t)$. Pour montrer les ajustements qui prendront place procédons par contradiction en supposant qu'aucun changement ne se produit dans $c(t)$ ou dans h. Comme il y a un gain de richesse associé au RAP, il en découle alors que le RAP aura permis d'accumuler une richesse plus grande à t_2. Comme $a(t_2) = 0$ et que $\alpha(t_2) = Ph$ qui n'a pas varié par hypothèse, cette richesse supplémentaire doit nécessairement se trouver dans le REÉR. Donc,$w(t_2-)$ a augmenté. Mais si $w(t_2-)$ est plus grand, il faut par (48) que $\gamma_w(t_2)$ diminue car $\frac{\partial V}{\partial w(t_2-)}$est concave. Or, si $\gamma_w(t_2)$ diminue sans que $\gamma_\alpha(t_2)$ change, ceci viole les conditions de transversalité qui établissent que $\gamma_\alpha(t_2) = \frac{1}{(1-m)}\gamma_w(t_2)$. Il n'est donc pas conforme à un plan optimal de n'augmenter ni $c(t)$ ni h. De fait, pour rétablir la condition sur la valeur respective des prix de ces deux actifs à t_2 il faut que l'épargne accrue sous forme de REÉR s'accompagne d'une accumulation plus forte de richesse dans le capital résidentiel. Il faut donc que h augmente proportionnellement à l'augmentation de richesse observée à t_2.L'effet du RAP sur la demande de logement est donc positif. Il convient maintenant de vérifier si cette augmentation de richesse, juxtaposée à une consommation accrue de capital résidentiel, mène à une hausse de $c(t)$.

Si la consommation de capital résidentiel h augmente, l'utilité marginale retirée de la consommation de capital résidentiel diminuera. En d'autres mots, par l'équation 39, nous aurons que $\int_{t_1}^{t_2} U_h e^{-\delta t} dt$ diminuera ce qui laisse présager que γ_α ou γ_a, ou les deux à la fois, baisseront. Supposons que c'est γ_α qui décroît mais que γ_a ne bouge pas. Alors, en particulier, $\gamma_\alpha(t_2) \neq \gamma_a(t_2)$. Or, nous avions montré que dans le cas où l'épargne est accessible au ménage nous devions avoir égalité entre ces deux prix implicites en t_2, ce qui contredit notre supposition. Ainsi, il est facile de voir que la seule solution dans ce cas est que les deux prix implicites diminuent ensemble pour s'égaler sur $[t_1, t_2]$. Sachant que le prix implicite de l'actif liquide baisse, par l'équation 38 nous savons alors que l'utilité marginale que le ménage retire de la consommation de $c(t)$ doit décroître également. Ceci nous amène à conclure que la consommation de $c(t)$ augmente. En fait, comme le prix relatif des services du logement n'a pas changé, la hausse de consommation de l'agrégat hicksien doit être suffisante pour préserver constant le ratio moyen des flux de consommation des services du logement et de l'agrégat hicksien. En somme, il y aura hausse de la consommation et de la demande de logement proportionnelle à l'augmentation de richesse à la fin du plan.

Poursuivons l'analyse plus avant et regardons de quelle façon le RAP influence les décisions d'emprunt hypothécaire. Comme $w(t_2-)$ a augmenté mais que $w(t_1)$ a diminué, il faut que le flux de cotisation au REÉR $\rho(t)$ soit plus grand sur l'intervalle $]t_1, t_2[$ que le flux de cotisation $\rho(t)$ du modèle sans RAP, car il faut non seulement effectuer les remboursements θ mais également compenser la perte des intérêts qui auraient fructifié dans le REÉR si le retrait du RAP n'avait pas eu lieu. Or, on sait aussi que $c(t)$ et h augmentent eux-aussi. Par conséquent, dans la contrainte $y = c(t) + v(t)h + (1-m)\rho(t) + \theta(t)$, le seule élément qui peut s'ajuster à la baisse dans la partie de droite pour assurer le respect de l'égalité est $v(t)$.Or, il est clair par (6) que ceci requiert une baisse de $D(t_1)$.

5 CONCLUSION

Le but de ce travail était de déterminer l'impact du RAP sur la demande de logement. Nous avons choisi de l'étudier dans le cadre d'un modèle de cycle vital en temps continu. Cette démarche nous a amené à tout d'abord étudier l'avantage pécuniaire du RAP. Nous avons montré que sous l'hypothèse d'un taux d'intérêt identique sur tous les actifs et toutes les dettes, un ménage qui participe au RAP retire un gain de richesse dont la valeur est proportionnelle à son taux d'imposition. Ce gain de richesse tire son origine dans le fait que le RAP consiste à recevoir du gouvernement un prêt sans intérêt dont le principal est égal à l'impôt auquel le retrait du REÉR aurait normalement dû être assujetti et dont la durée s'étend jusqu'à la date à laquelle le ménage est tenu de recotiser à son REÉR. La valeur exacte de ce prêt varie selon que le ménage doit ou non emprunter pour effectuer ses cotisations. Le gain favorise les ménage ayant les revenus les plus hauts car ce ce sont eux les plus imposés à la marge.

Lorsqu'est venu le temps d'intégrer l'analyse dans le cadre d'un modèle de cycle vital, nous avons tout d'abord étudié en quoi le REÉR modifie les choix. La principale différence est que la possibilité de faire fructifier ses épargnes au taux r modifie le sentier de consommation. En ajoutant le RAP, nous avons ensuite montré que le RAP fait diminuer l'emprunt initial. De plus, en raison de l'effet de richesse associé au RAP, on observera chez les participants une augmentation de la consommation de capital résidentiel et des biens autres que le logement. Ce point est en accord avec le commentaire de Théroux (1999) qui stipule que les "sommes d'argent qui devraient être systématiquement investies pour assurer [la retraite du ménage] servent bien souvent à acheter plutôt une maison de plus grande valeur". Par contre, l'achat d'une résidence plus coûteuse et la hausse de consommation du bien composite ne constitue pas un obstacle à l'accumulation de richesse puisque nous montrons que la richesse terminale s'accroît également. Enfin, comme le remboursement des retraits du RAP revient à une décision d'épargner ou non au taux r, rien ne s'oppose à ce qu'un ménage participe au RAP pour tirer avantage de l'effet de richesse sans pour autant que ce ménage soit désireux d'épargner. Les ménages qui n'épargnent pas n'ont donc pas d'incitations à rembourser le retrait.

Un développement subséquent du modèle qui serait intéressant consisterait à rendre endogène la date d'achat. Puisque Fortin (1988) avait montré que l'achat se fait aussitôt que le ménage satisfait les contraintes d'emprunt, on s'attendrait à pouvoir montrer que le RAP permet de devancer l'achat de la résidence car il facilite l'accumulation du versement initial.

Références

[1] Akyeampong, Ernest B. (2000), “Utilisation des REÉR dans les années 90”, *L'Emploi et le revenu en perspective*, Statistique Canada, vol.12, no.1, pp.9-16.

[2] Artle, Roland et Pravin Varaiya (1978), “Life cycle consumption and homeownership”, *Journal of Economic Theory* 18, pp.38-58.

[3] Ascah, Louis (1996), *Les $ecret$ de la préparation financière à la retraite*, Éditions du CRP, 189 pages.

[4] Boadway, Robin W. et Harry M. Kitchen (1999), *Canadian Tax Policy ; Canadian Tax Paper* no.103, 3e édition. Toronto, 504 pages.

[5] Clayton, F.A (1974), “Income Taxes and Subsidies to Homeowners and Renters : A comparison of U.S and Canadian Experience”, *Canadian Tax Journal*, vol.22, pp.295-305.

[6] DeMont, Philip (1997), “Interest rates are at an all-time low. Now's the time for home buyers to consider them options”, *Canadian House and Home*, vol.19, no.6, pp.56-68.

[7] Fortin, Mario (1991), “Une comparaison des taux d'imposition implicites des services du logement locatif et du logement occupé par son propriétaire”, *L'actualité Économique,* vol.67, no.1, pp.37-57.

[8] Fortin, Mario (1989), “Inflation, taxes, liquidity constraints and the demand for housing”, Université de Sherbrooke, Département d'économique, Cahier 98-02, 24 pages.

[9] Fortin, Mario (1988), “L'inflation, la fiscalité et la demande de logement occupé par son propriétaire : un modèle d'intégration”, Thèse de Doctorat présentée à l'Université Laval, 136 pages.

[10] Fortin, Mario et André Leclerc (2000), “Persperctive à long terme de la demande de prêts hypothécaires au Canada”, Rapport préparé pour la SCHL, 98 pages.

[11] Frenken, Hubert (1998), “Régime d'accession à la propriété”, *L'Emploi et le revenu en Perspective*, Statistique Canada, vol.10, no.2, pp.41-44.

[12] Kamien, Morton I. et Nancy Schwartz (1981), *Dynamic Optimisation, The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, New-York, 331 pages.

[13] Kearl, J.R (1979), "Inflation, Mortgages and Housing", *Journal of Political Economy*, vol.87, pp.1115-1138.

[14] Manouchehri, Ali (1999), "Le Régime d'accession à la propriété a aidé plus de 110 000 personnes en 1998, *Tendances du Marché Hypothécaire*, SCHL-CMHC Canada, pp.10-11.

[15] "Régime d'accession à la propriété (RAP)- Participants pour 1998" (1998), Brochure de l'agence des douanes et du revenu, 25 pages

[16] Shelton, John P. (1968), "The cost of renting versus owning a home", *Land Economic Review*, no.44, pp.59-72.

[17] Statistique Canada (2000), "Les habitudes de dépenses au Canada", no.62-202-XIF au catalogue, Ottawa, p.95.

[18] Théroux, Pierre (1999), "Régime d'accession à la propriété (RAP) : plusieurs questions à se poser avant de rapper", *Les Affaires, Cahier spécial : Les REÉR*, samedi 13 février, B23.

[19] Thomas Yaccato, Joanne (1997), "Where should the money go ? The homeowner's tax-time dilemma. What to pay first : RRSP or mortagage ?", *Chatelaine*, vol.70, no.2, p.28.

[20] Wheaton, William C. (1985), "Life Cycle Theory, Inflation and the demand for housing", *Journal of Urban Economics* 18, pp.161-179.

ANNEXE 1 : DÉMONSTRATIONS DU GAIN DU RAP

Calcul du gain avec remboursement au RAP et sans emprunt.

Débutons en regardant ce qui se passe du coté de l'accumulation des trois actifs lorsque le RAP n'est pas utilisé par le ménage. Initialement nous avons une richesse $R = a + (Ph - D) + w(1 - m)$, où R est la richesse, a représente les liquidités, $Ph - D$ est la valeur nette du logement, m est le taux d'imposition des revenus personnels du ménage et w est l'actif REÉR.

L'accumulation de l'actif liquide capitalisé au taux n pendant k années est donné $a(1+n)^k$. La dette hypothécaire D est pour sa part capitalisée au taux r. Ainsi la valeur nette après k années est donnée par $Ph - D(1 + r)^k$. L'actif REÉR, qui est également capitalisé au taux r, vaut $w(1 + r)^k$ après k années. Ces formules sont bien connues en analyse financière. La richesse du ménage, sans l'utilisation du RAP, après k années, s'établira donc à $R = a(1 + n)^k + Ph - D(1 + r)^k + (1 - m)w(1 + r)^k$

Ensuite, voyons quelle est l'accumulation des trois actifs lorsque le RAP est utilisé. Initialement nous constatons une richesse $R^* = a + (Ph - D + k\theta) + (w - k\theta)$, où R^* est la richesse, a sont les liquidités, $Ph - D$ est la valeur nette du logement, $k\theta$ est le montant retiré dans le cadre du RAP de sorte que θ est le remboursement exigé, et w est l'actif REÉR.

L'accumulation de l'actif liquide après :

un an : $a(1 + n) - \theta$

deux ans : $a(1 + n)^2 - \theta(n + 2)$

trois ans : $a(1 + n)^3 - \theta(n^2 + 3n + 3)$

quatre ans : $a(1 + n)^4 - \theta(n^3 + 4n^2 + 6n + 4)$

Nous voyons un schéma général se développer. Le terme affecté de θ dans les équations, provenant des remboursements au titre du RAP, peut être simplifié par le terme équivalent $\theta\left[\frac{(n+1)^k-1}{n}\right]$ qui est la formule d'une annuité capitalisée au taux n pendant k années. Si nous poursuivions les calculs, nous verrions que pour k années l'accumulation de l'actif liquide serait donnée par : $a(1+n)^k - \theta[\frac{(n+1)^k-1}{n}]$

La valeur nette du logement après :

un an : $Ph-(D-k\theta)(1+r)$

deux ans : $Ph-(D-k\theta)(1+r)^2$

trois ans : $Ph-(D-k\theta)(1+r)^3$

Il est facile de voir que de façon générale nous aurons : $Ph-(D-k\theta)(1+r)^k$

Accumulation de l'actif REÉR après :

un an : $(w-k\theta)(1+r)+\theta$

deux ans : $(w-k\theta)(1+r)^2+\theta(r+2)$

trois ans : $(w-k\theta)(1+r)^3+\theta(r^2+3r+3)$

Nous remarquons, de façon similaire à ce que nous avons vu auparavant, que le terme affecté de θ peut être réduit sous la forme $\theta\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right]$, de sorte que le schéma général de l'accumulation de l'actif REÉR sera donné par :

$(1-m)\left[(w-k\theta)(1+r)^k+\theta[\frac{(1+r)^k-1}{r}]\right]$

Ainsi, la richesse totale en utilisant le RAP sera donnée par $R^* = a(1+n)^k - \theta\left[\frac{(1+n)^k-1}{n}\right]+$ $Ph-(D-k\theta)(1+r)^k+(1-m)(w-k\theta)(1+r)^k$

$+\theta\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right](1-m)$

Il nous suffit donc de voir si $R^*-R>0$ pour constater que, dans le présent cas, le RAP procure un gain de richesse face à la situation où le ménage n'y participerait pas. Or,

$\frac{R^*-R}{\theta}=\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right]-m\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right]+km(1+r)^k-\left[\frac{(1+n)^k-1}{n}\right]$

Or, si $m=0$ les deux membres du milieu de la partie de droite sont zéro. De plus, dans un tel cas $n=r$ de sorte que la première et la dernière partie s'annulent. Ainsi, $R^*=R$ si $m=0$. Si $m>0$,cela implique $r>n$. Par analyse combinatoire nous voyons qu'alors $\frac{(1+r)^k-1}{r} > \frac{(1+n)^k-1}{n}$et que $km(1+r)^k > m\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right]$. Donc, $R^*-R>0$ si le taux d'imposition est positif et le ménage retire un gain de l'utilisation du RAP face à la situation alternative. La démonstration des autres situations se fait de façon similaire.

Calcul du gain sans remboursement au RAP et sans emprunt.

Dans le cas où le ménage décide de participer au RAP mais de ne pas effectuer les remboursement dans le cadre du RAP, il y a modification des équations d'accumulation. Notons d'abord que les équations dans la situation où le ménage décide de ne pas participer au programme demeurent inchangées, étant identiques à la démonstration précédentes. C'est donc au niveau de la participation au RAP que les équations se verront mo-difiées.

Le ménage est tenu selon les termes du RAP d'effectuer des remboursements sous formes d'annuités. Si le ménage néglige ces paiements, il est imposé sur ces mêmes montants puis-qu'ils sont alors considérés comme un revenu. Regardons ce que change le fait de négliger ces remboursements sur les équations d'accumulation des trois actifs considérés.

L'accumulation de l'actif liquide après :

un an : $a(1+n) - m\theta$

deux ans : $[a(1+n) - m\theta](1+n) - m\theta = a(1+n)^2 - m\theta(n+2)$

trois ans : $[a(1+n)^2 - m\theta(n+2)](1+n) - m\theta = a(1+n)^3 - m\theta(n^2+3n+3)$

De façon générale nous aurons après k années $a(1+n)^k - m\theta\left[\frac{(n+1)^k-1}{n}\right]$

L'accumulation de la valeur nette du logement sera donnée par $Ph - (D-k\theta)(1+r)^k$ tout comme dans la démonstration qui précède celle-ci.

L'accumulation de l'actif REÉR va comme suit : $(1-m)(w-k\theta)(1+r)^k$. Ainsi la richesse provenant du fait d'utiliser le RAP, après k années sera de :

$R^* = a(1+n)^k - m\theta\left[\frac{(n+1)^k-1}{n}\right] + Ph - (D-k\theta)(1+r)^k + (1-m)(w-k\theta)(1+r)^k$

Nous savions déjà par la démonstration précédente que la richesse lorsque le ménage n'utilise pas le RAP est de $R = a(1+n)^k + Ph - D(1+r)^k + (1-m)w(1+r)^k$, de sorte qu'en faisant la différence entre R^* et R nous obtenons

$R^* - R = -m\theta\left[\frac{(n+1)^k-1}{n}\right] + k\theta(1+r)^k - (1-m)k\theta(1+r)^k$

$\frac{R^*-R}{\theta} = -m\left[\frac{(n+1)^k-1}{n}\right] + k(1+r)^k - (1-m)k(1+r)^k$

Après simplification cette expression devient :

$\frac{R^*-R}{\theta m} = k(1+r)^k - \left[\frac{(n+1)^k-1}{n}\right]$

et nous savons que cette différence est positive, ce qui complète cette partie de démonstration. Le lecteur peut utiliser la même procédure pour prouver le gain avec remboursement dans le cadre du RAP et avec emprunt pour effectuer le retrait initial.

Calcul du gain avec remboursements au RAP et emprunts.

Nous allons finalement montrer qu'il existe un gain même si le ménage effectue les remboursements dans le cadre du RAP, et que pour faire ces remboursements il doive emprunter la somme du remboursement à un taux r . Supposons de surcroit que le ménage n'a pas de liquidités initialement. Notons que l'accumulation de α et w se fera de façon similaire à ce que nous avons vu précédemment, à savoir qu'après k années nous aurons $(1-m)(w-k\theta)(1+r)^k+\theta[\frac{(1+r)^k-1}{r}]$ pour w et $Ph-(D-k\theta)(1+r)^k$ pour α. La différence survient du coté de l'accumulation de a. En effet, après un an le ménage doit emprunter θ afin d'effectuer le premier versement. Après deux ans le ménage doit θ plus les intérêts sur ce montant, et il emprunte de nouveau θ pour faire face au second versement dans le REÉR. Ceci ce traduit par $-\theta(1+r)-\theta=-\theta(r+2)$. Après trois ans le ménage doit $\theta(r+2)$ plus les intérêts sur ce montant, et il emprunte de nouveau θ, ce qui nous donne après trois ans l'équation du type $-\theta(r+2)(r+1)-\theta=-\theta(r^2+3r+3)$. Après quatre ans le ménage doit $\theta(r^2+3r+3)$ plus les intérêts sur ce montant, et il emprunte de nouveau θ, ce qui nous donne $-\theta(r^3+4r^2+6r+4)$. De façon générale nous aurons l'équation suivante, c'est-à-dire qu'après k années nous aurons $-\theta\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right]$.

Il nous reste, comme dans les deux démonstrations précédentes, à montrer que $R^*-R>0$. Or $R^*-R=-\theta\left[\frac{(1+r)^k-1}{r}\right]+Ph-(D-k\theta)(1+r)^k+(1-m)(w-k\theta)(1+r)^k$
$+\theta[\frac{(1+r)^k-1}{r}]-Ph+D(1+r)^k-(1-m)w(1+r)^k$, ce qui est équivalent à l'expression suivante : $R^*-R=mk\theta(1+r)^k>0$

Ceci prouve donc qu'il existe un gain même dans cette situation, lequel est égal au montant initialement retiré du REER multiplié par le taux d'imposition et capitalisé pendant k années au taux r.

ANNEXE 2 : FIGURES

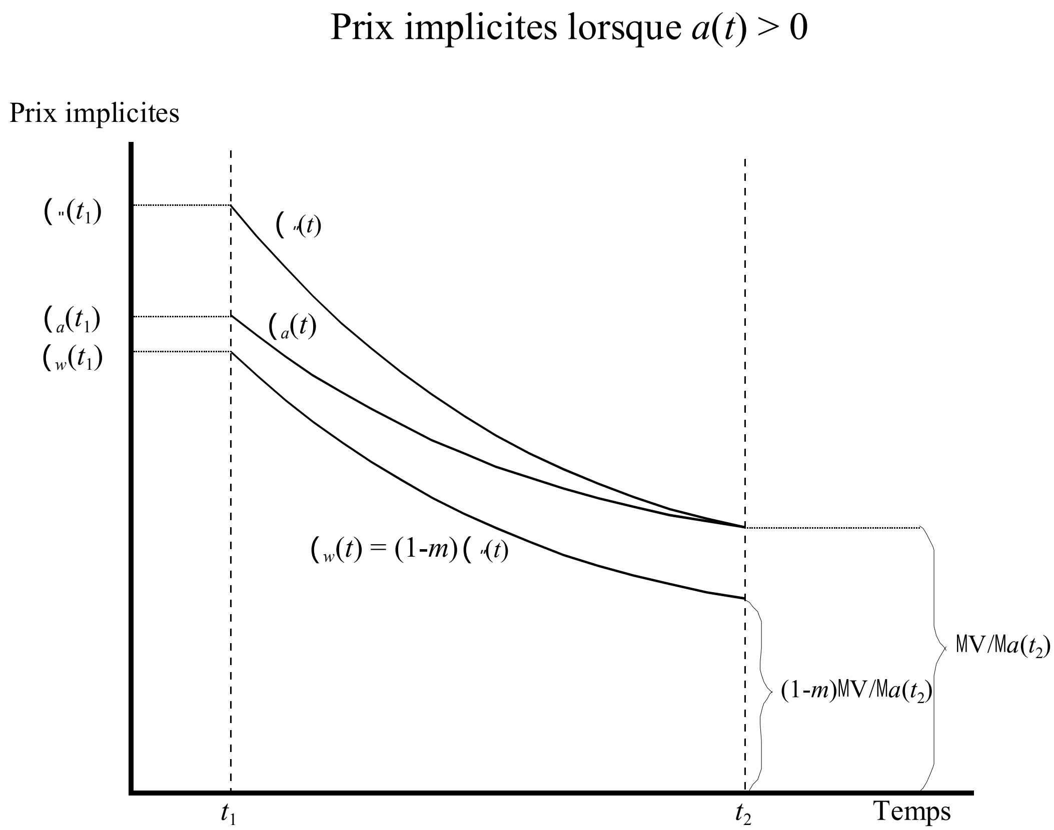

FIG. 1 –

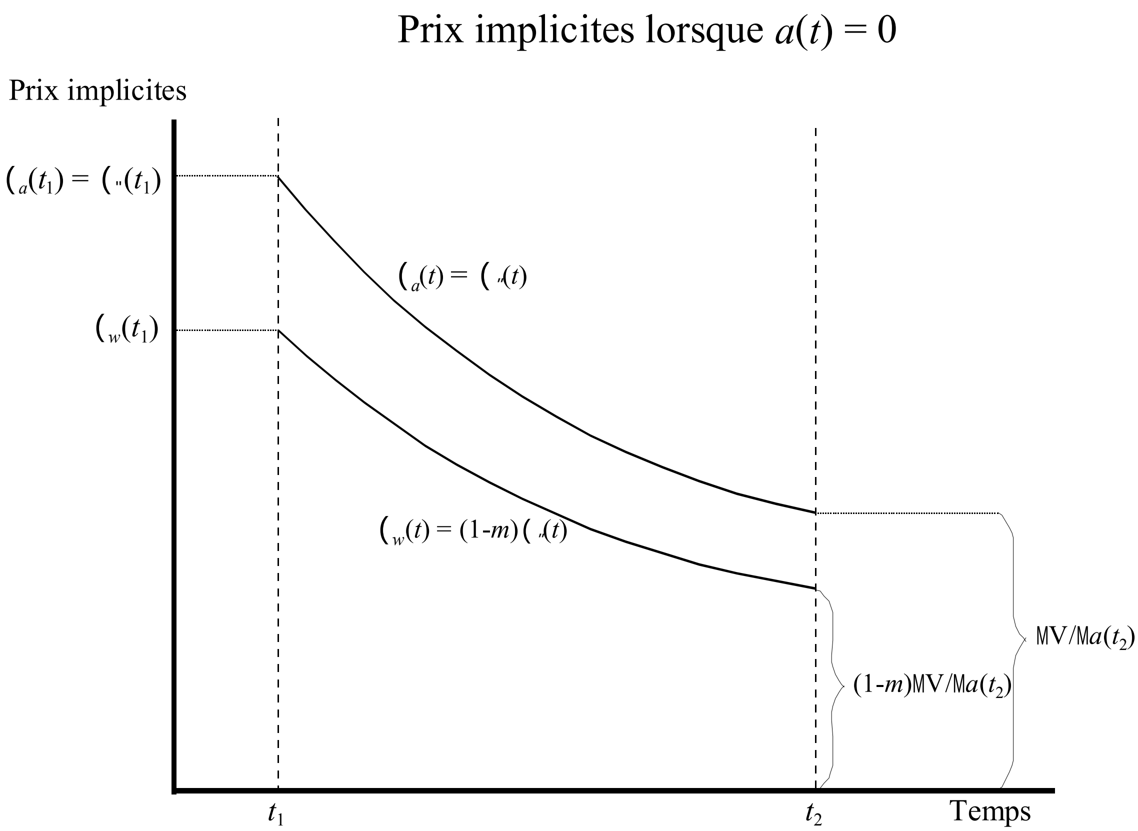
Prix implicites lorsque a(t) = 0
Prix implicites
t1
t2
Temps
MV/Ma(t2)
(1-m)MV/Ma(t2)

FIG. 2 –

ANNEXE 3 : LISTE DES SYMBOLES

i : Taux d'intérêt nominal sur l'actif liquide, sur l'actif REÉR et sur la dette hypothécaire.

m : Taux marginal d'imposition marginal des revenus.

π : Taux d'inflation

r : Taux d'intérêt réel brut (avant impôt).

n : Taux d'intérêt réel net (après impôt).

a : Valeur réelle de l'actif liquide.

w : Valeur réelle de l'actif REÉR.

P : Prix réel d'achat d'une unité du logement.

h : Nombre d'unités de logement achetées ainsi que le flux de services retiré du logement.

D : Valeur réelle de la dette hypothécaire.

α : Valeur nette du logement.

R : Richesse réelle du ménage.

θ : Montant périodique à recotiser REÉR pour rembourser le retrait permis par le RAP.

k : Nombre maximal de périodes autorisé pour rembourser le retrait permis par le RAP.

t_1 : Début du plan et date d'achat du logement.

t_2 : Date de vente du logement.

T : Fin du plan.

y : Flux de revenu réel.

c : Taux de consommation instantané de l'agrégat hicksien qui sert de numéraire.

δ : Taux de préférence temporel pur.

v : Flux de déboursés requis pour amortir la dette hypothécaire d'une unité de capital.

s : Durée du plan d'amortissement de l'hypothèque.

$V(\cdot, t_2)$: Fonction de valeur terminale, le premier argument étant la richesse réelle à t_2.

γ_a : Prix implicite de l'actif liquide.

γ_α : Prix implicite de la valeur nette du logement.

γ_w : Prix implicite de l'actif REÉR.

μ : Prix implicite de la contrainte de non-négativité sur l'actif liquide.

ρ : Valeur réelle de la cotisation au REÉR.

94-01 BILODEAU, Marc et Al SLIVINSKI, ***Toilet Cleaning and Department Chairing: Volunteering a Public Service***.

94-02 ASCAH, Louis, ***Recent Retirement Income System Reform: Employer Plans, Public Plans and Tax Assisted Savings.***

94-03 BILODEAU, M. et Al SLIVINSKI, ***Volunteering Nonprofit Entrepreneurial Services.***

94-04 HANEL, Petr, ***R&D, Inter-Industry and International Spillovers of Technology and the Total Factor Productivity Growth of Manufacturing Industries in Canada, 1974-1989***.

94-05 KALULUMIA, Pene et Denis BOLDUC, ***Generalized Mixed Estimator for Nonlinear Models: A Maximum Likelihood Approach.***

95-01 FORTIN, Mario et Patrice Langevin, ***L'efficacité du marché boursier face à la politique monétaire***.

95-02 HANEL, Petr et Patrice Kayembe YATSHIBI, ***Analyse de la performance à exporter des industries manufacturières du Québec 1988.***

95-03 HANEL, Petr, ***The Czech Republic: Evolution and Structure of Foreign Trade in Industrial Goods in the Transition Period, 1989-1994.***

95-04 KALULUMIA, Pene et Bernard DÉCALUWÉ, ***Surévaluation, ajustement et compétitivité externe : le cas des pays membres de la zone franc CFA.***

95-05 LATULIPPE, Jean-Guy, ***Accès aux marchés des pays en développement***.

96-01 ST-PIERRE, Alain et Petr HANEL, ***Les effets directs et indirects de l'activité de R&D sur la profitabilité de la firme***.

96-02 KALULUMIA, Pene et Alain MBAYA LUKUSA, ***Impact of budget deficits and international capital flows on money demand: Evidence From Cointegration and Error-Correction Model.***

96-03 KALULUMIA, Pene et Pierre YOUROUGOU, ***Money and Income Causality In Developing Economies: A Case Study Of Selected Countries In Sub-Saharan Africa***.

96-04 PARENT, Daniel, ***Survol des contributions théoriques et empiriques liées au capital humain (A Survey of Theoretical and Empirical Contributions to Human Capital)***.

96-05 PARENT, Daniel, ***Matching Human Capital and the Covariance Structure of Earnings***.

96-06 PARENT, Daniel, ***Wages and Mobility : The Impact of Employer-Provided Training***

97-01 PARENT, Daniel, ***Industry-Specific Capital and the Wage Profile : Evidence From the NLSY and the PSID***.

97-02 PARENT, Daniel, ***Methods of Pay and Earnings: A Longitudinal Analysis***.

97-03 PARENT, Daniel, ***Job Characteristics and the Form of Compensation***.

97-04 FORTIN, Mario et Michel BERGERON, Jocelyn DUFORT et Pene KALULUMIA, ***Measuring The Impact of Swaps on the Interest Rate Risk of Financial Intermediaries Using Accounting Data***.

97-05 FORTIN, Mario, André LECLERC et Claude THIVIERGE, ***Testing For Scale and Scope Effects in Cooperative Banks: The Case of Les Caisses populaires et d'économie Desjardins.***

97-06 HANEL, Petr, ***The Pros and Cons of Central and Eastern Europe Joining the EU***

00-01 MAKDISSI, Paul et Jean-Yves DUCLOS, ***Restricted and Unrestricted Dominance Welfare, Inequality and Poverty Orderings***

00-02 HANEL, Petr, John BALDWIN et David SABOURIN, ***Les déterminants des activités d'innovation dans les entreprises de fabrication canadiennes : le rôle des droits de propriété intellectuelle***

00-03 KALULUMIA, Pene, ***Government Debt, Interest Rates and International Capital Flows: Evidence From Cointegration***

00-04 MAKDISSI, Paul et Cyril TÉJÉDO, ***Problèmes d'appariement et politique de l'emploi***

00-05 MAKDISSI, Paul et Quentin WODON, ***Consumption Dominance Curves: Testing for the Impact of Tax Reforms on Poverty.***

00-06 FORTIN, Mario et André LECLERC, ***Demographic Changes and Real Housing Prices in Canada.***

00-07 HANEL, Petr et Sofiene ZORGATI, ***Technology Spillovers and Trade: Empirical Evidence for the G7 Industrial Countries.***

01-01 MAKDISSI, Paul et Quentin WODON, ***Migration, poverty, and housing: welfare comparisons using sequential stochastic dominance***. Avril 2001, 23 p.

01-02 HUNG Nguyen Manh et Paul MAKDISSI, ***Infantile mortality and fertility decisions in a stochastic environment***. Mars 2001, 12 p.

01-03 MAKDISSI, Paul et Quentin WODON, ***Fuel poverty and access to electricity: comparing households when they differ in needs***. Juin 2001, 19 p.

01-04 MAKDISSI, Paul et Yves GROLEAU, ***Que pouvons-nous apprendre des profils de pauvreté canadiens ?*** Juillet 2001, 47 p.

01-05 MAKDISSI, Paul et Quentin WODON, ***Measuring poverty reduction and targeting performance under multiple government programs***. Août 2001, 16 p.

01-06 DUCLOS, Jean-Yves et Paul MAKDISSI, ***Restricted inequality and relative poverty***. Août 2001, 31 p.

01-07 TÉJÉDO, Cyril et Michel TRUCHON, ***Serial cost sharing in multidimensional contexts***. Septembre 2001, 37 p.

01-08 TÉJÉDO, Cyril, ***Strategic analysis of the serial cost sharing rule with symmetric cost function.*** Février 2001, 25 p.

01-09 HANEL, Petr, ***Current intellectual protection practices by manufacturing firms in Canada***. Septembre 2001, 57 p.

02-01 DUCLOS, Jean-Yves, Paul MAKDISSI et Quentin WODON, ***Socially-efficient tax reforms***, Janvier 2002, 47 p.

02-02 MAKDISSI, Paul, ***La décroissance démographique : Pourquoi pas?***, Février 2002, 20 p.

02-03 LECLERC, André et Mario FORTIN, ***Production et rationalisation des intermédiaires financiers : leçons à tirer de l'expérience des caisses populaires acadiennes***, Février 2002, 24 p.

02-04 HANEL, Petr et Snezana VUCIC, ***L'impact économique des activités de recherche de l'Université de Sherbrooke,*** Février 2002, 44 p.

02-05 TÉJÉDO, Cyril et Michel TRUCHON, ***Monotonicity and bounds for cost shares under the path serial rule***, Mars 2002, 18 p.

02-06 PORET, Sylvaine et Cyril TÉJÉDO, ***Analyse horizontale du marché des biens illicites***, Mai 2002, 15 p.

02-07 KALULUMIA, Pene, ***Effects of government debt on interest rates : evidence from causality tests in Johansen-type models***, Juillet 2002, 21 p.

02-08 MAKDISSI, Paul et Quentin WODON, ***Can safety nets offset the impact of risk on wage inequality and social welfare?*** Août 2002, 12 p.

02-09 DUCLOS, Jean-Yves, Paul MAKDISSI et Quentin WODON, ***Poverty-reducing tax reforms with heterogeneous agents***, Février 2002, 10 p.

02-10 MAKDISSI, Paul et Quentin WODON, ***Fuzzy targeting indices and orderings***, Mai 2002, 11 p.

02-11 DUCLOS, Jean-Yves, Paul MAKDISSI et Quentin WODON, ***Poverty-efficient transfer programs : the role of targeting and allocation rules***, Mai 2002, 25 p.

02-12 MAKDISSI, Paul et Quentin WODON, ***Environmental regulation and economic growth under education externalities***, Août 2002, 8 p.

02-13 CHARTRAND, Frédéric et Mario FORTIN, ***L'impact du régime d'accession à la propriété sur la demande de logement***, Novembre 2002, 46 p.

* *Tous ces cahiers de recherche sont disponibles sur notre site WEB (www.usherbrooke.ca/economique) ou au Centre de documentation de la FLSH A3-330 (UdeS).*

Prière d'adresser vos commentaires ou demandes d'exemplaires d'un cahier de recherche antérieur (1976 à 1990) à monsieur Cyril TÉJÉDO, responsable des Cahiers de recherche du Département d'économique, Tél : 819) 821-7233 Télécopieur : 819) 821-7237 Courriel : Cyril.Tejedo@USherbrooke.ca

Comments or requests for copies of previous Working Papers (1976 to 1990) should be made to the Research Papers Supervisor at the "Département d'économique", Mr. Cyril TÉDÉDO. Tel: (819) 821-7233 FAX:819) 821-7237 E-mail: Cyril.Tejedo@USherbrooke.ca.

Révisé le 4 décember 2002.